Inżynieria Maszyn, R. 16, z. 1-2, 2011

obrabiarka, toczne połączenie prowadnicowe,
modelowanie prowadnic, obliczenia

Grzegorz SZWENGIER[1]
Daniel JASTRZĘBSKI[1]
Piotr PAWEŁKO[1]

MODELOWANIE TOCZNYCH POŁĄCZEŃ PROWADNICOWYCH OBRABIAREK

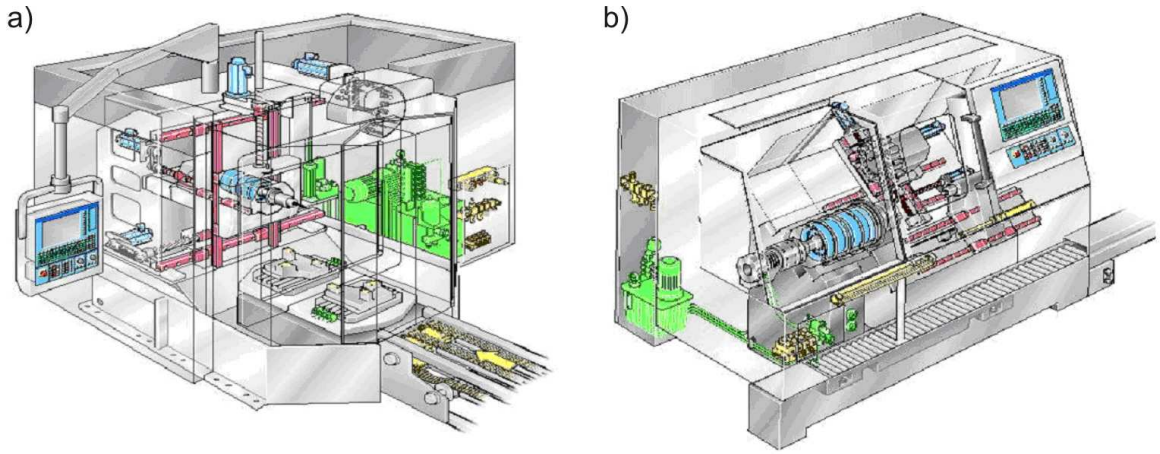
W artykule przedstawiono koncepcję i zasady modelowania tocznych, szynowych połączeń prowadnicowych obrabiarek. Określono cele modelowania prowadnic tocznych, uzasadnione potrzebami podejmowania decyzji w procesie komputerowo wspomaganego projektowania obrabiarek. Przedstawiono założenia do modelowania fizycznego konstrukcji. Omówiono sposoby tworzenia i rozwiązywania modeli matematycznych, opisujących statyczne oraz dynamiczne właściwości układów nośnych obrabiarek, zawierających prowadnice toczne. Przytoczono wybrane wyniki modelowania i obliczeń charakterystyk statycznych pojedynczego podzespołu konstrukcyjnego typu wózek toczny-szyna prowadząca. Przedstawiono rezultaty analizy właściwości całej konstrukcji tocznego połączenia prowadnicowego w zakresie statyki oraz dynamiki liniowej i nieliniowej. Skomentowano wyniki przeprowadzonego modelowania i obliczeń tych obiektów. W podsumowaniu oceniono przydatność praktyczną proponowanej metody modelowania.

1. WSTĘP

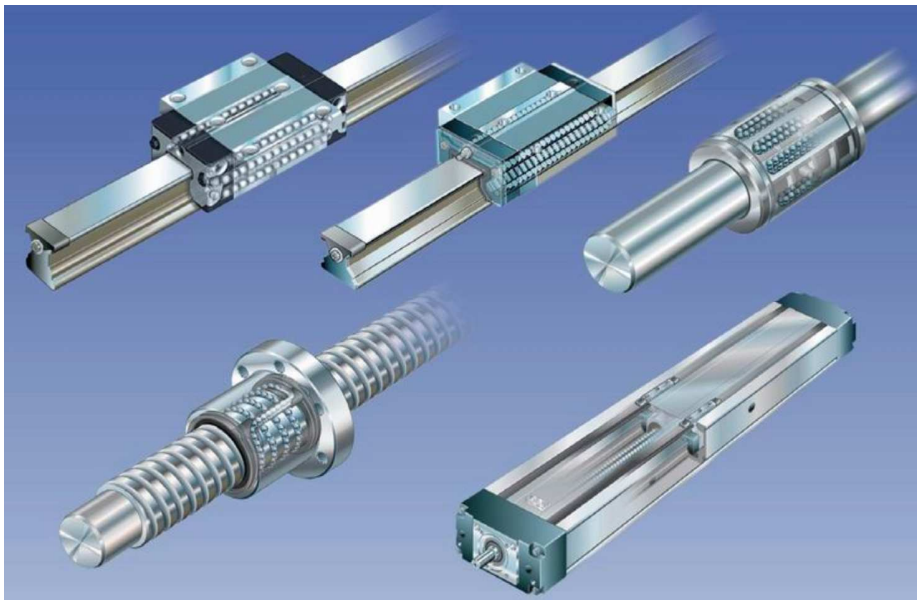
Połączenia prowadnicowe (prowadnice) są konstrukcyjnymi realizacjami par kinematycznych, najczęściej prostoliniowych, występującymi w wielu urządzeniach technicznych o złożonych funkcjach ruchowych. Do urządzeń tych zalicza się obrabiarki skrawające, roboty przemysłowe, manipulatory i inne. Zadaniem prowadnic jest przymusowe kierowanie ruchami elementów urządzenia, a także – w wyniku łączenia tych elementów – przejmowanie obciążeń wywoływanych przez proces roboczy i siły grawitacji, występujące w konstrukcji. We współczesnych obrabiarkach najbardziej rozpowszechnione są toczne połączenia prowadnicowe (rys. 1).

Konstrukcje prowadnic tocznych mieszczą się w obszarze szeroko rozumianej tzw. techniki przemieszczeń liniowych. Technika ta obejmuje obecnie bardzo różnorodny asortyment wyrobów, poczynając od kompletnych, zintegrowanych modułów prowadnicowych (łącznie z ich sterowanymi numerycznie napędami), przez prowadnice szynowe (podzespoły wózek toczny – profilowana szyna prowadząca), a kończąc na nieskomplikowanych konstrukcjach prowadnic z łożyskami liniowymi (np. [14,20]). W technice tej specjalizuje się wiele firm, których produkty są stale doskonalone, zdobywając coraz szerszy rynek wśród producentów obrabiarek. Przykładową ofertę katalogową wyrobów z zakresu techniki przemieszczeń liniowych pokazano na rys. 2.

[1] Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Mechatroniki



Rys. 1. Przykłady zastosowań tocznych połączeń prowadnicowych w konstrukcjach centrów obróbkowych: a) frezarskim, b) tokarskim
Fig. 1. Examples of usage of guideway rolling joint systems in machining centres construction: a) milling b) turning



Rys. 2. Podzespoły konstrukcyjne z zakresu techniki przemieszczeń liniowych
Fig. 2. Components of linear motion technology

Połączeniom prowadnicowym w obrabiarkach stawia się surowe wymagania dotyczące: wysokiej dokładności geometrycznej, małych oporów ruchu, możliwości przejmowania znacznych obciążeń, dużej sztywności statycznej i dynamicznej, odporności na zużywanie się, zdolności do tłumienia energii drgań [3,15,21]. Połączenia te pracują z reguły w trudnych reżimach eksploatacyjnych i są ważnymi węzłami konstrukcyjnymi urządzeń, mającymi poważny udział w kształtowaniu ich właściwości.

Zjawiska występujące w połączeniach prowadnicowych wykazują silny, w ogólności niekorzystny, wpływ na właściwości mechaniczne oraz techniczno-użytkowe wskaźniki maszyn [11,15,21]. Do zjawisk tych zalicza się: odkształcenia postaciowe oraz stykowe,

tarcie, zużywanie się powierzchni, tłumienie energii drgań. Ich przebiegi i intensywność zależą od rozwiązań konstrukcyjnych oraz warunków pracy połączeń prowadnicowych, wpływając na statykę, dynamikę i cechy trybologiczne konstrukcji. Aby osiągać korzystne ukształtowanie właściwości mechanicznych konstrukcji, w procesie ich projektowania niezbędne jest stosowanie efektywnych metod modelowania oraz komputerowych oprogramowań analizy urządzeń zawierających prowadnice. Z ich pomocą można prognozować właściwości konstrukcji, w celu poszukiwania rozwiązań o pożądanej jakości.

Mimo bogatego dorobku mechaniki kontaktu, postępu badań w trybologii oraz osiągnięć, rozpowszechnienia i rozwoju metody elementów skończonych, praktyka technicznych obliczeń tocznych połączeń prowadnicowych w złożonych konstrukcjach obrabiarkowych nie jest jeszcze zadawalająca. Mimo szerokiej oferty rynkowej producentów zespołów i elementów techniki przemieszczeń liniowych, dane dotyczące tych wyrobów nie w pełni zaspokajają potrzeby informacyjne konstruktorów obrabiarek [14,20]. Producenci proponują różne algorytmy doboru elementów połączeń prowadnicowych, jednak algorytmy te umożliwiają – w zasadzie – jedynie sprawdzanie kryterium nośności dobieranych elementów, co w odniesieniu do projektowania konstrukcji obrabiarek jest na ogół niewystarczające.

Kierując się potrzebami tworzenia przydatnych w praktyce inżynierskiej metod i narzędzi obliczeniowych analizy konstrukcji tocznych połączeń prowadnicowych, problematykę tę od wielu lat rozwija się w Instytucie Technologii Mechanicznej Zachodniopomorskiego Uniwersytetu Technologicznego w Szczecinie. W ramach badań prowadzonych w ZUT opracowano różniącą się od dotychczas stosowanych koncepcję modelowania prowadnic, opartą na idei korekcji obciążeń zewnętrznych. W dalszej części artykułu zarysowano tę koncepcję, ilustrując ją przykładami zastosowań praktycznych.

2. CELE I ZAKRES MODELOWANIA

Przeznaczeniem przedstawianej metody modelowania jest dostarczanie informacji o wytrzymałościowych i trybologicznych stanach połączeń prowadnicowych oraz o statycznych i dynamicznych właściwościach – zawierającego te połączenia – układu nośnego obrabiarki (UNO). Opisy tych stanów i właściwości są wyznaczane dla obciążeń konstrukcji symulujących rzeczywiste warunki pracy maszyny. Jako rezultaty modelowania i obliczeń typuje się:

- rozkłady sił występujących w połączeniach układu prowadnicowego,
- deformacje i wskaźniki sztywności statycznej całego UNO, odnoszone do przestrzeni roboczej maszyny, z możliwością ujawniania w nich udziału prowadnic,
- charakterystyki właściwości dynamicznych UNO.

Metoda obejmuje szeroką klasę rozwiązań konstrukcyjnych obrabiarek, dopuszczając: różnorodność geometryczno-ruchowych struktur analizowanych obiektów, zróżnicowanie wielkości i typów tocznych podzespołów prowadnicowych oraz dowolność ich rozmieszczenia w przestrzeni konstrukcji. Mimo nieuniknionego stosowania uproszczeń modelowych, metoda umożliwia uwzględnianie złożonych warunków pracy i zjawisk występujących w analizowanym obiekcie. Podlega ona standardowemu schematowi

realizacji metod analizy, obejmującemu etapy modelowania fizycznego oraz tworzenia i rozwiązywania modelu matematycznego właściwości konstrukcji.

3. MODEL FIZYCZNY

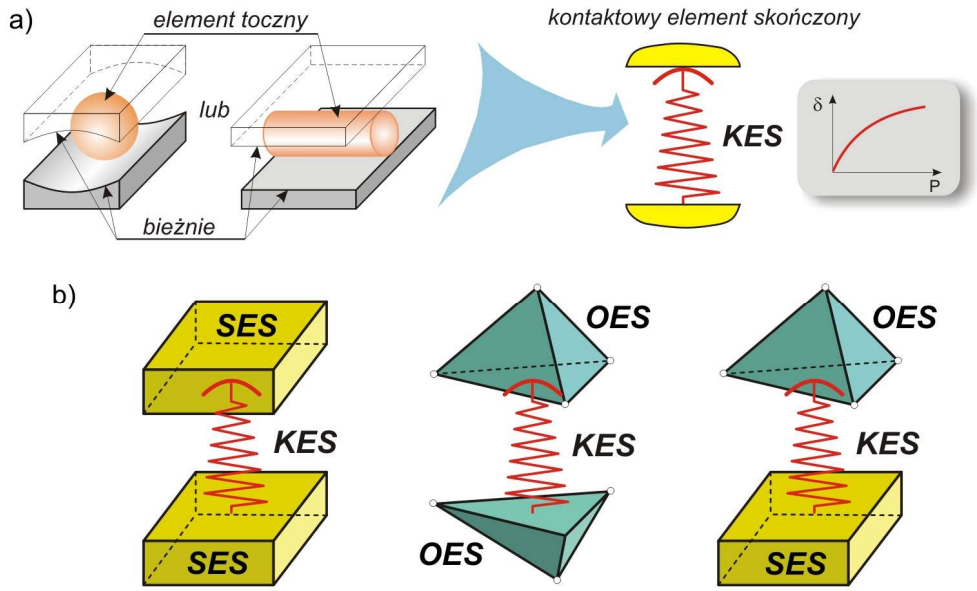
Podstawą do idealizacji obiektu jest formalne rozróżnianie w nim dwóch grup składników: bryłowych oraz kontaktowych. Do pierwszej grupy zalicza się wszystkie korpusowe elementy konstrukcyjne maszyny, w ich naturalnych postaciach geometrycznych, z rzeczywistymi właściwościami mechanicznymi. Do drugiej grupy należą umowne składniki kontaktowe, dyskretyzujące przy modelowaniu prowadnic tocznych elementarne segmenty typu bieżnia wózka-element toczny (kulka lub wałeczek)-bieżnia szyny. Do tej grupy składników modelu zalicza się także segmenty toczne, występujące w tocznych przekładniach śrubowych (mechanizmach śrubowo-tocznych).

Model fizyczny konstrukcji tworzony jest w myśl następujących założeń [1,2,4,5,8,11,15-17]:

- zachowuje się realną geometrię obiektu (wymiary, kształty, wzajemne rozmieszczenie elementów bryłowych i segmentów tocznych),
- uwzględnia się – lub pomija (opcjonalnie) – odkształcenia własne elementów korpusowych,
- segmenty toczne (składniki kontaktowe modelu) reprezentowane są przez dyskretne elementy sprężysto-tłumiące jednostronnego działania, o nieliniowych charakterystykach właściwości,
- parametry fizyczne segmentów tocznych mogą być dobierane z wyników badań mechaniki kontaktu (np. wg teorii Hertza [2]) lub identyfikowane w eksperymentach doświadczalnych na rzeczywistych obiektach konstrukcyjnych [7,18],
- w tocznych podzespołach prowadnicowych oraz w mechanizmach śrubowo-tocznych uwzględnia się zjawisko tarcia tocznego,
- w modelu połączenia prowadnicowego – odnosząc to do składników kontaktowych – uwzględnia się luzy, zaciski wstępne, błędy kształtu i wzajemnego położenia powierzchni bieżni,
- elementy napędu prowadnic tocznych (mechanizmy śrubowo-toczne wraz z ich łożyskowaniem) oraz złącza śrubowe dyskretyzuje się jako umowne ciała liniowo-sprężyste,
- obiekt analizy obciąża się siłami grawitacji oraz siłami pochodzącymi od procesów roboczych maszyny.

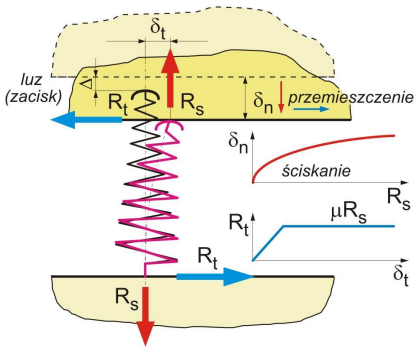
Elementy bryłowe są dyskretyzowane w myśl znanych procedur metod elementów skończonych: odkształcalnych (OES) ([22] lub sztywnych (SES) [10]. Przewidziane są niekonwencjonalne – hybrydowe – wersje struktur modeli, wiążące idee dyskretyzacyjne metod OES i SES (rys. 3) [4,8]. Są one przydatne przy idealizacji elementów o dużej nierównomierności rozkładów sztywności własnej.

Segmenty toczne pracujące w podzespołach prowadnicowych typu wózek-szyna oraz w mechanizmach śrubowo-tocznych zastępowane są dyskretnymi, kontaktowymi



Rys. 3. Elementy skończone w modelu fizycznym konstrukcji: a) zasada dyskretyzacji segmentów tocznych, b) współpraca kontaktowego elementu skończonego (KES) i elementów modelujących bryły (OES, SES)
Fig. 3. Finite elements used in the physical model of the construction: a) rolling segments discretisation method, b) cooperation of the finite contact element (KES) and solids modeling elements (OES, SES)

elementami skończonymi (KES), pośredniczącymi we współpracy elementów bryłowych. KES-y skupiają właściwości sprężysto-tarciowe segmentów tocznych, co poglądowo zilustrowano na rys. 4. Przy dużej, sięgającej na ogół kilkudziesięciu, liczbie segmentów „bieżnia śruby – kulka – bieżnia nakrętki" w mechanizmie śrubowo-tocznym oraz zważywszy na fakt przenoszenia przez mechanizm jedynie sił osiowych – postać modelowa tego składnika konstrukcji może być upraszczana do pojedynczego elementu sprężysto-tłumiącego [5]. Wówczas reprezentuje on właściwości zarówno zespołu segmentów tocznych rozmieszczonych w obrębie pary śruba-nakrętka, jak i swobodnych (poza nakrętką) fragmentów śruby wraz z jej łożyskowaniem. Podobnego uproszczenia nie rekomenduje się w odniesieniu do podzespołów wózek toczny – szyna prowadząca, gdyż pracują one w złożonych, trójosiowych stanach obciążeń siłami oraz momentami sił.



Rys. 4. Poglądowe ujęcie postaci fizycznej i właściwości kontaktowego elementu skończonego
Fig. 4. Visualization of physical form and properties of the finite contact elements

Elementy kontaktowe wnoszą do modelu nieliniowości typu fizycznego – zawarte w charakterystykach odkształceń sprężystych i tarcia – oraz geometrycznego, wynikające z jednostronności charakterystyk pracy styków, występowania luzów, błędów geometrycznych, wstępnych zacisków połączeń. Wprowadza to problematykę analizy rozważanych konstrukcji w obszar niekonwencjonalnych zagadnień statyki.

4. MODELE MATEMATYCZNE

Obecność KES-ów w modelu fizycznym sprawia, że modele matematyczne statyki oraz dynamiki konstrukcji – jako układy równań algebraicznych lub różniczkowych, wiążących przemieszczenia i siły uogólnione – są nieliniowe. Wyłania się problem racjonalnej koncepcji tworzenia i rozwiązywania takich modeli.

Modele nieliniowe rozwiązuje się najczęściej iteracyjnie, według schematów bliskich gradientowym metodom optymalizacji nieliniowej. Są nimi algorytmy wielokrotnego rozwiązywania modelu zlinearyzowanego, stanowiącego odcinkowo-liniową aproksymację układu związków nieliniowych [9]. W odniesieniu do zagadnienia statyki tocznych połączeń prowadnicowych, ich modelowanie matematyczne proponuje się przeprowadzać według autorskiej, opracowanej w Instytucie Technologii Mechanicznej ZUT, koncepcji „korekcji obciążeń zewnętrznych” [15,16]. Koncepcja ta zasadniczo różni się od rozpowszechnionego – aplikowanego w wielu systemach obliczeniowych metody elementów skończonych – sposobu rozwiązywania rozpatrywanego zagadnienia, określanego skrótowo jako koncepcja „korekcji geometrii stref styków”.

W koncepcji korekcji obciążeń zewnętrznych, modelem matematycznym statyki konstrukcji jest układ równań algebraicznych, zapisywany następująco:

$$\mathbf{K}\,\mathbf{q}_j = \mathbf{Q} + \mathbf{Q}_{kj} = \mathbf{Q}_{sj}; \quad j = 1, 2, \ldots \tag{1}$$

gdzie:

j - numer iteracji, wskazujący na zmienność – z postępem obliczeń – oznaczanych wielkości,

$\mathbf{K} = \mathbf{K}_B + \mathbf{K}_K$ - macierz sztywności tzw. "modelu wstępnego" (idem),

$\mathbf{K}_B$ - składnik macierzy sztywności wnoszony przez bryłowe elementy skończone (idem),

$\mathbf{K}_K$ - składnik macierzy sztywności wnoszony przez kontaktowe elementy skończone (idem),

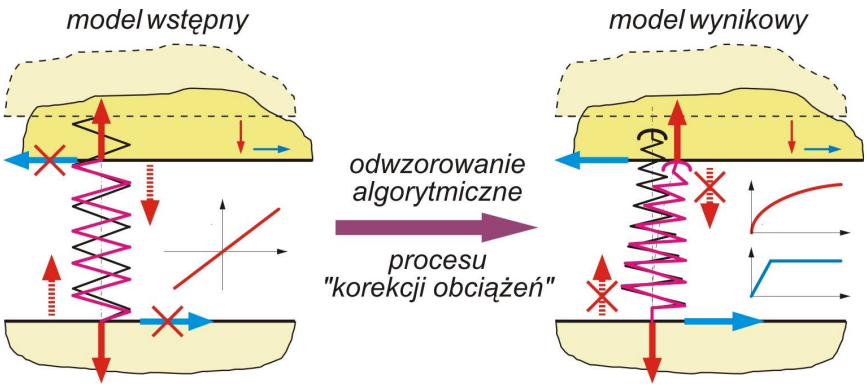
$\mathbf{Q}$ - wektor zadanych sił zewnętrznych (idem),

$\mathbf{Q}_{kj}$ - składnik korekcyjny wektora sił (varia),

$\mathbf{Q}_{sj}$ - wektor sił skorygowanych (varia).

Macierz $\mathbf{K}_B$ jest stała podczas obliczeń, ze względu na liniową sprężystość elementów bryłowych. Również składnik kontaktowy $\mathbf{K}_K$ macierzy sztywności nie zmienia się w kolejnych iteracjach. Wynika to stąd, że w obliczeniach realizuje się proces algorytmicznego odwzorowania pomocniczego "modelu wstępnego" w docelowy "model wynikowy" (rys. 5). Model wstępny wyraża głębokie – odbiegające od rzeczywistości –

uproszczenia właściwości styków, reprezentowanych przez pomocnicze KES-y o postaciach dyskretnych elementów liniowo-sprężystych dwustronnego działania (mogą pracować także na rozciąganie), pozbawionych sprężystości stycznej do powierzchni. Model wynikowy wykazuje wszystkie, wyspecyfikowane wcześniej cechy modelu fizycznego i przyjęte geometryczne oraz fizyczne nieliniowości charakterystyk opisujących właściwości mechaniczne konstrukcji.



Rys. 5. Przekształcenie wstępnego modelu kontaktowego elementu skończonego w jego model wynikowy
Fig. 5. Transformation of the preliminary finite contact element model into its resultant model

Odwzorowanie modelu wstępnego w wynikowy odbywa się na drodze formalnego przekształcania czynników wyrażających wszystkie formy nieliniowości w fikcyjne siły korekcyjne $\mathbf{Q}_{kj}$, dodawane do zadanych sił zewnętrznych $\mathbf{Q}$. Dla przykładu, jednostronność charakterystyk pracy styków uwzględnia się przez przenoszenie do obciążeń zewnętrznych przeciwnie skierowanych sił reakcji KES-ów "rozciąganych". Do modelu wnosi się także odpowiednio formułowane siłowe składniki korekcyjne od innych nieliniowości. Gdy wektor sił skorygowanych $\mathbf{Q}_{sj}$ osiąga granicę, rozwiązaniem modelu jest:

$$\mathbf{q} = \mathbf{K}^{-1} \lim_{j \to \infty} \mathbf{Q}_{sj} \tag{2}$$

Zadane siły zewnętrzne $\mathbf{Q}$ są w całości przejmowane przez KES-y ściskane, równoważąc się z normalnymi i stycznymi siłami reakcji realnie pracujących fragmentów styków. Z kolei, składnik korekcyjny $\mathbf{Q}_{kj}$ jest równoważony w granicy z fikcyjnymi siłami reakcji KES-ów "rozciąganych", znosząc się z nimi. Przewaga koncepcji korekcji sił zewnętrznych nad podejściem tradycyjnym polega na stałości i symetrii macierzy sztywności K, którą tworzy się tylko raz – na wstępie obliczeń – wykorzystując ją w postaci zdekomponowanej aż do końca procesu rozwiązywania modelu. Przynosi to istotne uproszczenia dla algorytmów i realizacji numerycznej tej koncepcji oraz przyczynia się do znacznego skrócenia czasów obliczeń, w porównaniu z metodami dotychczas stosowanymi.

Model matematyczny dynamiki konstrukcji, wynikający z równań Lagrange'a II rodzaju, jest układem równań różniczkowych zwyczajnych drugiego rzędu, notowanym w postaci [12]:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{H}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \mathbf{Q}(t) \tag{3}$$

gdzie:

M, **H**, **K** - macierze, odpowiednio, mas, tłumienia i sztywności,

$\ddot{\mathbf{q}}(t)$, $\dot{\mathbf{q}}(t)$, $\mathbf{q}(t)$ - wektory, odpowiednio, przyśpieszeń, prędkości i przemieszczeń,

$\mathbf{Q}(t)$ - wektor sił uogólnionych (dynamiczne wymuszenie układu),

t - czas.

Układ równań (3) opisuje ruch modelowanej konstrukcji w warunkach drgań wymuszonych. Do wyznaczania częstotliwości i postaci drgań własnych przyjmuje się jednorodny układ równań, o zerowej prawej stronie ($\mathbf{Q}(t)=\mathbf{0}$). Jeżeli przy modelowaniu obiektu dokonuje się linearyzacji charakterystyk właściwości sprężystych i dyssypacyjnych, to macierze **M**, **H** i **K**, występujące w zależności (3), są stałe. Układ równań (3) jest wówczas liniowy, a jego rozwiązanie w dziedzinie częstotliwości wymuszeń uzyskuje się metodą operatorową, stosując przekształcenie Laplace'a. Jeżeli charakterystyki właściwości sprężystych i dyssypacyjnych przyjmuje się jako nieliniowe, to macierze **H** i **K** są zmiennymi, zależnymi od $\mathbf{q}(t)$. Dla rozwiązania nieliniowego układu równań niezbędne jest w takim wypadku całkowanie numeryczne (3); najkorzystniej za pomocą metody Runge-Kutta [13]. Otrzymywane tą drogą charakterystyki czasowe odpowiedzi konstrukcji na zadawane wymuszenia poddaje się następnie analizie harmonicznej, rozkładając je w szereg Fourier'a. Stąd uzyskuje się przebiegi charakterystyk częstotliwościowych, zarówno dla harmoniki podstawowej (o częstotliwościach odpowiedzi obiektu zgodnych z wymuszeniami), jak i dla subharmonik oraz ultraharmonik [13].

W celu praktycznej realizacji analizy konstrukcji szynowych tocznych układów prowadnicowych, w Instytucie Technologii Mechanicznej ZUT opracowano pakiet programów komputerowych, umożliwiających wyznaczanie statycznych i dynamicznych charakterystyk właściwości tych układów.

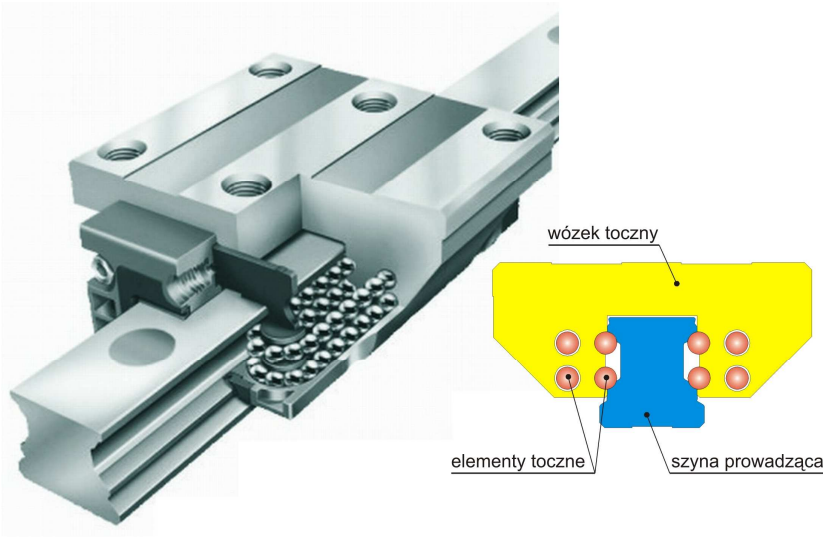
5. PRZYKŁADY MODELOWANIA

W dalszej części tego rozdziału przedstawiono wybrane wyniki modelowania i obliczeń właściwości podzespołu wózek toczny-szyna prowadząca, a także całej konstrukcji szynowego, tocznego połączenia prowadnicowego stół-łoże obrabiarki.

5.1. MODELOWANIE I OBLICZENIA WŁAŚCIWOŚCI STATYCZNYCH PODZESPOŁU WÓZEK TOCZNY-SZYNA PROWADZĄCA

Jako obiekt modelowania i obliczeń wybrano szynowy, kulkowy podzespół prowadnicowy, produkowany przez firmę Mannesmann-Rexroth [14] (rys. 6). Składa się on z wózka tocznego, zawierającego cztery rzędy kulek pracujących w obiegach zamkniętych (w każdym rzędzie po 12 lub 13 kulek czynnie kontaktujących się z bieżniami) oraz profilowanej szyny prowadzącej, o szerokości podstawy 25 mm. W podzespole występują

zaciski wstępne elementów tocznych, o poziomach rekomendowanych przez producenta i odnoszonych do nośności dynamicznej podzespołu (C_{dyn}=17600 N).



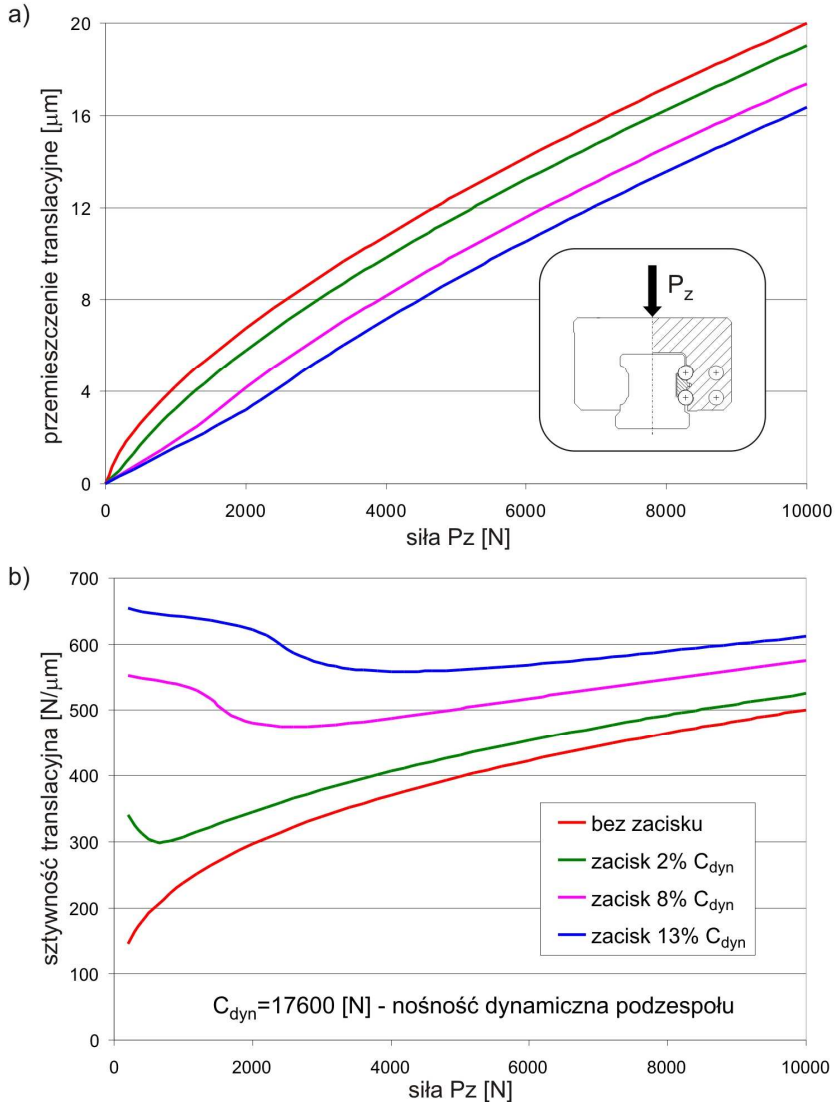
Rys. 6. Podzespół prowadnicowy typu wózek toczny-profilowana szyna prowadząca
Fig. 6. Guideway component: rolling cart – profiled guide rail

Modelowanie podzespołu oparto na założeniach i przeprowadzono według wytycznych przedstawionych w p. 3. Do tworzenia modelu fizycznego konstrukcji wykorzystano dane i informacje dostępne w materiałach firmowych producenta. Ponieważ dla potrzeb modelowania dane te były niepełne (zwłaszcza w zakresie opisu geometrii), uzupełniono je oglądem z natury oraz dodatkowymi pomiarami rzeczywistych, zakupionych do badań podzespołów prowadnicowych.

Oceniając cechy i szacując wstępnie właściwości obiektu odwołano się przy jego modelowaniu do koncepcji metody sztywnych elementów skończonych (SES) [10]. W ślad za tym przyjęto, że elementy bryłowe podzespołu są ciałami sztywnymi, a jego właściwości sprężyste skupiają się w elementach tocznych i strefach ich kontaktu z bieżniami. Ponieważ jest to w przybliżeniu kontakt dyskretny, zatem do opisu charakterystyk sprężystości segmentów tocznych typu bieżnia szyny-kulka-bieżnia wózka postanowiono zastosować teorię Hertza [2]. Zważywszy na nieliniowy – fizycznie i geometrycznie – charakter zjawisk występujących w pracującym, obciążonym podzespole (m.in. nieliniowości i jedno-stronność charakterystyk deformacji segmentów tocznych, zjawisko tarcia tocznego, występowanie zacisków wstępnych) modelowanie matematyczne statyki podzespołu oparto na metodzie korekcji obciążeń zewnętrznych, scharakteryzowanej w p. 4. Stosując opracowane oprogramowanie przeprowadzono obliczenia charakterystyk właściwości statycznych analizowanego podzespołu, których wybrane wyniki uwidoczniono w postaci graficznej na rys. 7÷11.

Na rys. 7 i 8 przedstawiono zależności deformacji (przemieszczeń) i sztywności podzespołu od dwóch przykładowo wybranych składowych jego obciążenia: siłą P_z oraz momentem siły M_x. Pokazano przy tym rezultaty symulacji przeprowadzonych dla trzech, stosowanych przez producenta, poziomów zacisku wstępnego podzespołu: 2%, 8% i 13%

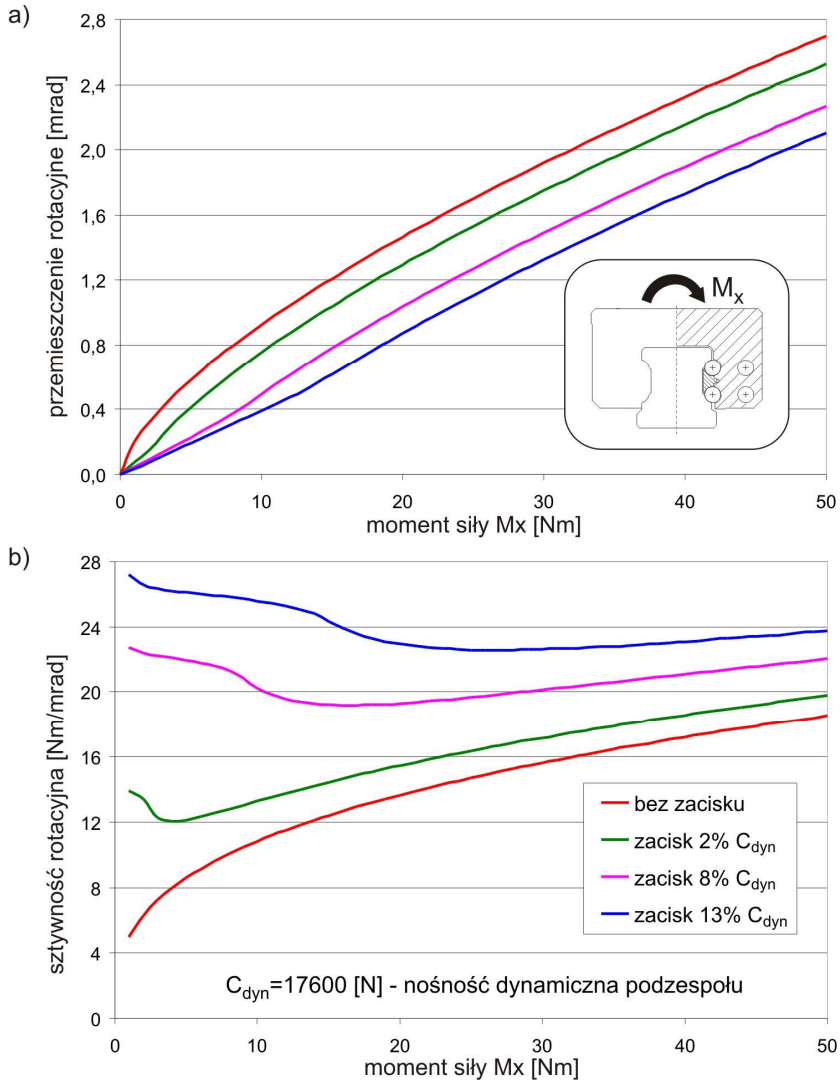
nośności dynamicznej. Dodatkowo, aby wykazać rolę zacisku w kształtowaniu charakterystyk konstrukcji, obliczono i uwidoczniono na omawianych rysunkach charakterystyki statyczne podzespołu nie zaciśniętego wstępnie.



Rys. 7. Wyznaczone analitycznie charakterystyki statyczne przemieszczenia (a) oraz sztywności translacyjnej (b) podzespołu wózek toczny – szyna prowadząca, obciążonego skupioną siłą normalną do górnej powierzchni wózka P_z
Fig. 7. Analytically determined characteristics of static displacement (a) and translation stiffness (b) of rolling cart – profiled guide rail component, loaded with concentrated normal force on the upper cart surface P_z

Przytoczone wykresy dowodzą nieliniowości wyznaczonych charakterystyk przemieszczeń i sztywności podzespołu, szczególnie wyraźnych w zakresie niskich wartości obciążeń. Świadczą one także o dużym wpływie zacisku wstępnego elementów tocznych na sztywność konstrukcji. Przy niewielkich obciążeniach podzespołu wstępnie zaciśniętego, jego sztywność jest nawet kilkakrotnie większa od sztywności pozbawionej zacisku pary wózek-szyna. Znamienne jest, że profile charakterystyk sztywności – za wyjątkiem

wariantu nie zaciskanego wstępnie – wykazują minima w swoich przebiegach. Punkty o najniższych wartościach sztywności dzielą te przebiegi na dwa fragmenty, z których pierwsze – w zakresie niższych obciążeń – nazywane są potocznie charakterystykami „miękkimi”, natomiast przy wyższych obciążeniach występują tzw. charakterystyki

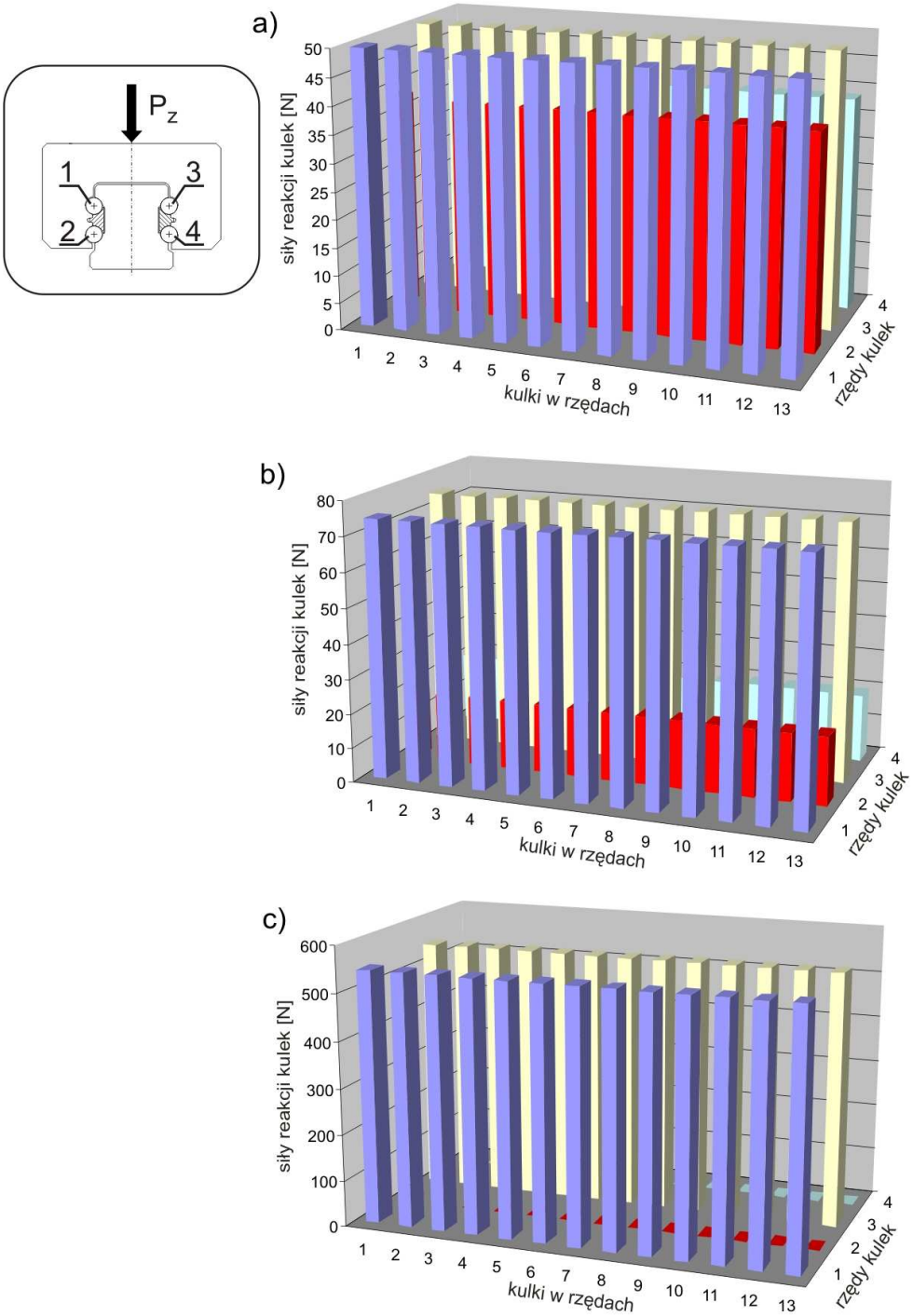


Rys. 8. Wyznaczone analitycznie charakterystyki statyczne przemieszczenia (a) oraz sztywności rotacyjnej (b) podzespołu wózek toczny – szyna prowadząca, obciążonego momentem siły działającym wokół osi zgodnej z kierunkiem przesuwu i równoległej do powierzchni posadowienia szyny M_x

Fig. 8. Analytically determined characteristics of static displacement (a) and rotation stiffness (b) of rolling cart – profiled guide rail component, loaded with torque working round an axis which is in accordance to moving direction and parallel to rail foundation surface M_x

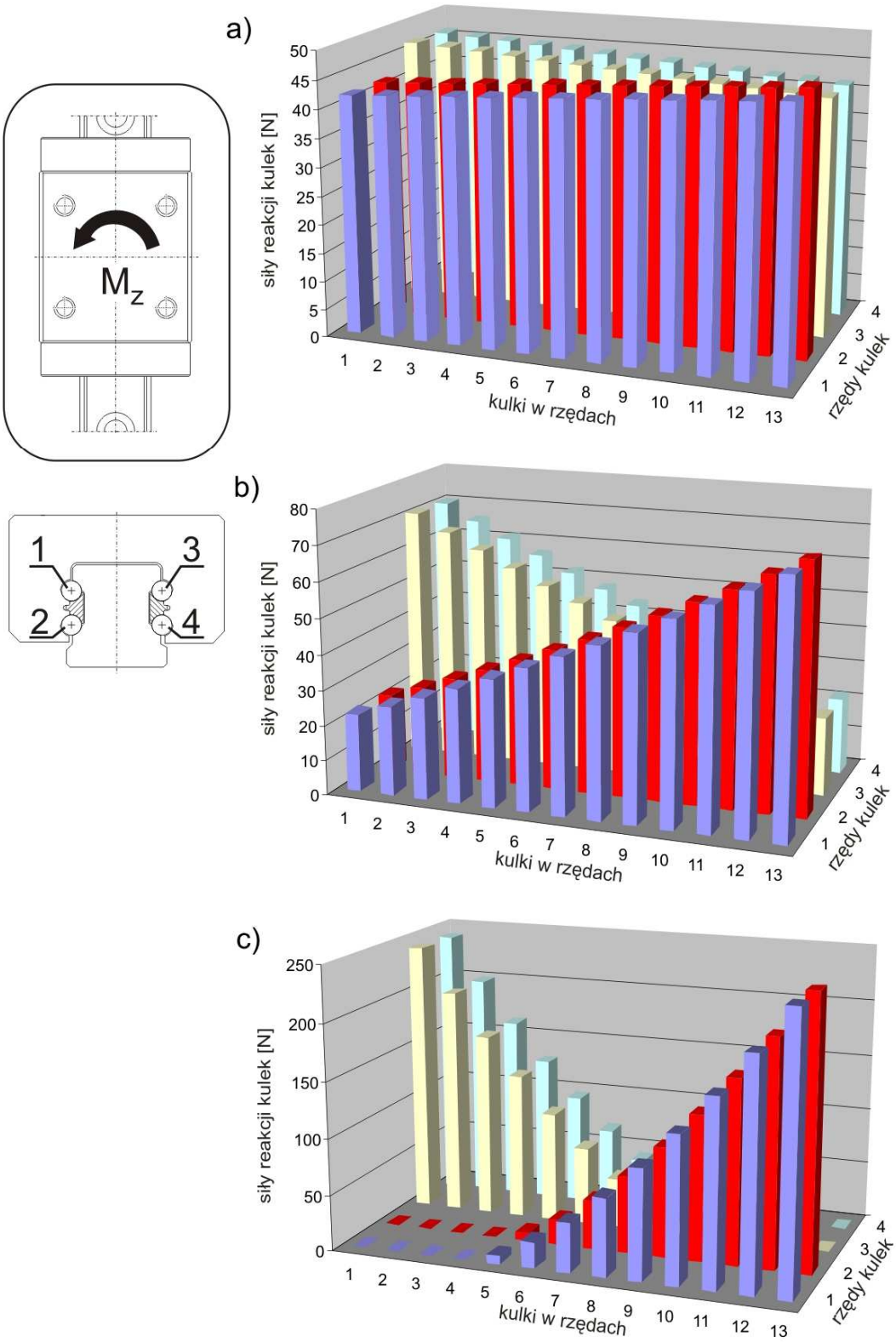
„twarde”. Wraz ze wzrostem sił zacisku minima przesuwają się w kierunku wyższych obciążeń. Można to tłumaczyć nieliniową sprężystością elementarnych segmentów tocznych oraz zmiennością udziału poszczególnych rzędów kulek – a także zróżnicowaniem obciążeń kulek w ramach rzędów – w przenoszeniu sił zacisku i zmieniającego się

obciążenia zewnętrznego. Rozkłady sił reakcji elementów tocznych w rozpatrywanym podzespole, przedstawiono dla wybranych składowych obciążenia na rys. 9÷11.



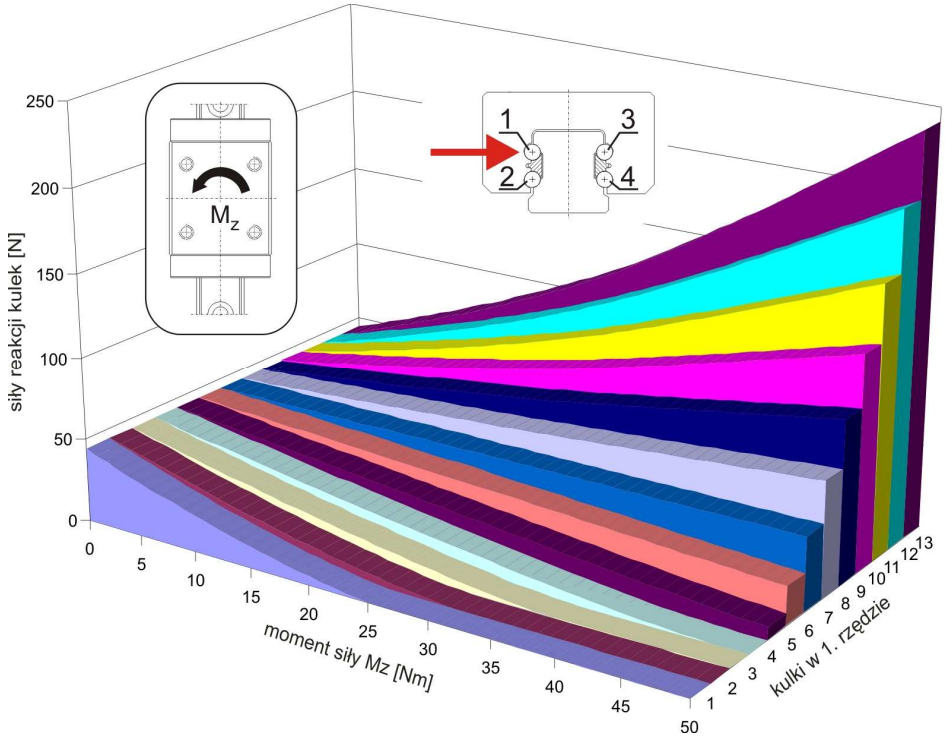
Rys. 9. Siły reakcji kulek w podzespole wózek toczny – szyna (zaciśniętym wstępnie do 13% nośności dynamicznej), wywołane działaniem siły P_z o wartościach: a) 200 N, b) 1000 N, c) 10000 N

Fig. 9. Ball reaction forces in rolling cart – profiled guide rail component (preloaded to 13% of dynamic load capacity), excited by P_z force: a) 200 N, b) 1000 N, c) 10000 N



Rys. 10. Siły reakcji kulek w podzespole wózek toczny – szyna (zaciśniętym wstępnie do 13% nośności dynamicznej), wywołane działaniem momentu siły M_z o wartościach: a) 1 Nm, b) 10 Nm, c) 50 Nm

Fig. 10. Ball reaction forces in rolling cart – profiled guide rail component (preloaded to 13% of dynamic load capacity), excited by torque M_z: a) 1 Nm, b) 10 Nm, c) 50 Nm



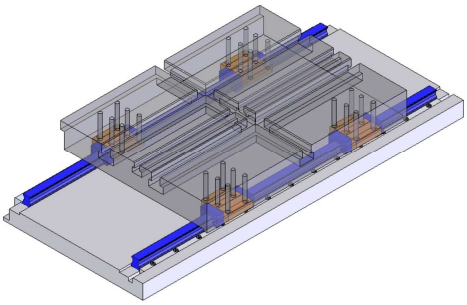
Rys. 11. Siły reakcji 1-go rzędu kulek w podzespole wózek toczny – szyna (zaciśniętym wstępnie do 13% nośności dynamicznej) wywołane działaniem momentu siły M_z, zmieniającego się w zakresie 0÷50 Nm
Fig. 11. The reaction forces in 1st row of balls in the rolling cart – profiled guide rail component (preloaded to 13% of dynamic load capacity), excited by torque M_z which differs from 0 to 50 Nm

Warto nadmienić, że przedłożona metoda modelowania pozwala na wyznaczanie charakterystyk statycznych podzespołów prowadnicowych nie tylko dla poszczególnych składowych ich obciążenia, jak zilustrowano to na przytoczonych wyżej rysunkach, lecz także dla złożonych stanów, reprezentowanych przez kilka jednocześnie działających sił i momentów sił. Informacji takich, niezbędnych do modelowania statyki oraz dynamiki maszyn z prowadnicami tocznymi, nie dostarczają w wymaganym zakresie materiały firm produkujących komponenty techniki przemieszczeń liniowych.

5.2. MODELOWANIE I OBLICZENIA WŁAŚCIWOŚCI STATYCZNYCH TOCZNEGO POŁĄCZENIA PROWADNICOWEGO STÓŁ-ŁOŻE OBRABIARKI

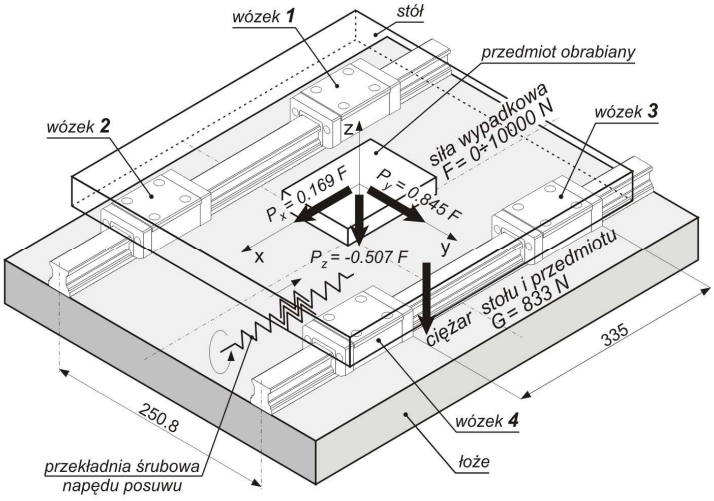
Przykładowym obiektem modelowania było szynowe, toczne połączenie prowadnicowe, w którym występowały dwie profilowane szyny przymocowane śrubami do nieruchomego łoża obrabiarki oraz cztery – po dwa na każdej z szyn – wózki toczne, przykręcone śrubami do przesuwnego stołu. Izometryczny widok tego obiektu pokazano na rys. 12. Konstrukcję zaprojektowano w dwóch wariantach, różniących się jedynie typami podzespołów prowadnicowych wózek-szyna. W pierwszym wariancie zastosowano te same podzespoły kulkowe, jakie przyjęto do analiz raportowanych w p. 5.1. W drugim wariancie konstrukcji zastosowano podzespoły wałeczkowe firmy Mannesmann-Rexroth,

o porównywalnej z kulkowymi wielkości 25 (szerokość u podstawy szyny prowadzącej w mm). Do napędu ruchu posuwowego stołu posłużył – jednakowy w obu wariantach rozwiązania konstrukcyjnego – mechanizm śrubowo-toczny produkcji firmy Mannesmann-Rexroth [14].



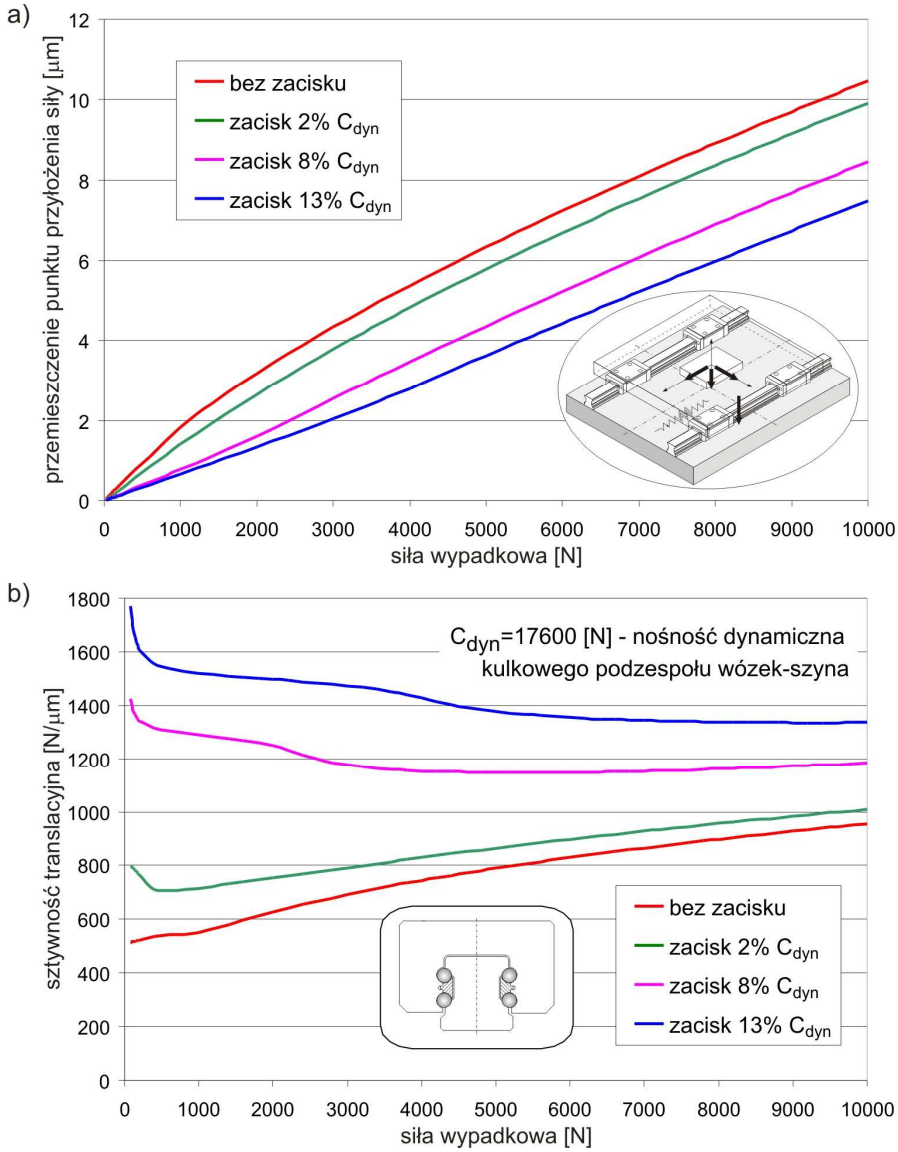
Rys. 12. Wersja projektowa tocznego szynowego połączenia prowadnicowego
Fig. 12. The design version of the guideway rolling joint rail system

Modelowanie rozpatrywanego zespołu konstrukcyjnego oparto na założeniach i wytycznych przedstawionych w p. 3, realizując techniki modelowania podobne do zastosowanych dla pojedynczego podzespołu wózek-szyna (p. 5.1). Tworząc model zespołu odwołano się więc do metody SES, teorii Hertza oraz koncepcji korekcji obciążeń zewnętrznych. Główne elementy korpusowe połączenia – łoże oraz stół – potraktowano w modelu jako ciała sztywne. Zakładając, że modelowana konstrukcja jest połączeniem prowadnicowym obrabiarki przyjęto, iż obciąża je siła ciężkości stołu oraz spoczywającego na nim przedmiotu obrabianego, a także siła skrawania F, o składowych uwidocznionych w opisie rys. 13. Siłę F przyłożono do powierzchni prostopadłościennego przedmiotu obrabianego, w centralnym punkcie planu rozmieszczenia czterech wózków tocznych. Rezultaty przeprowadzonych obliczeń uwidoczniono na rys. 14÷18.



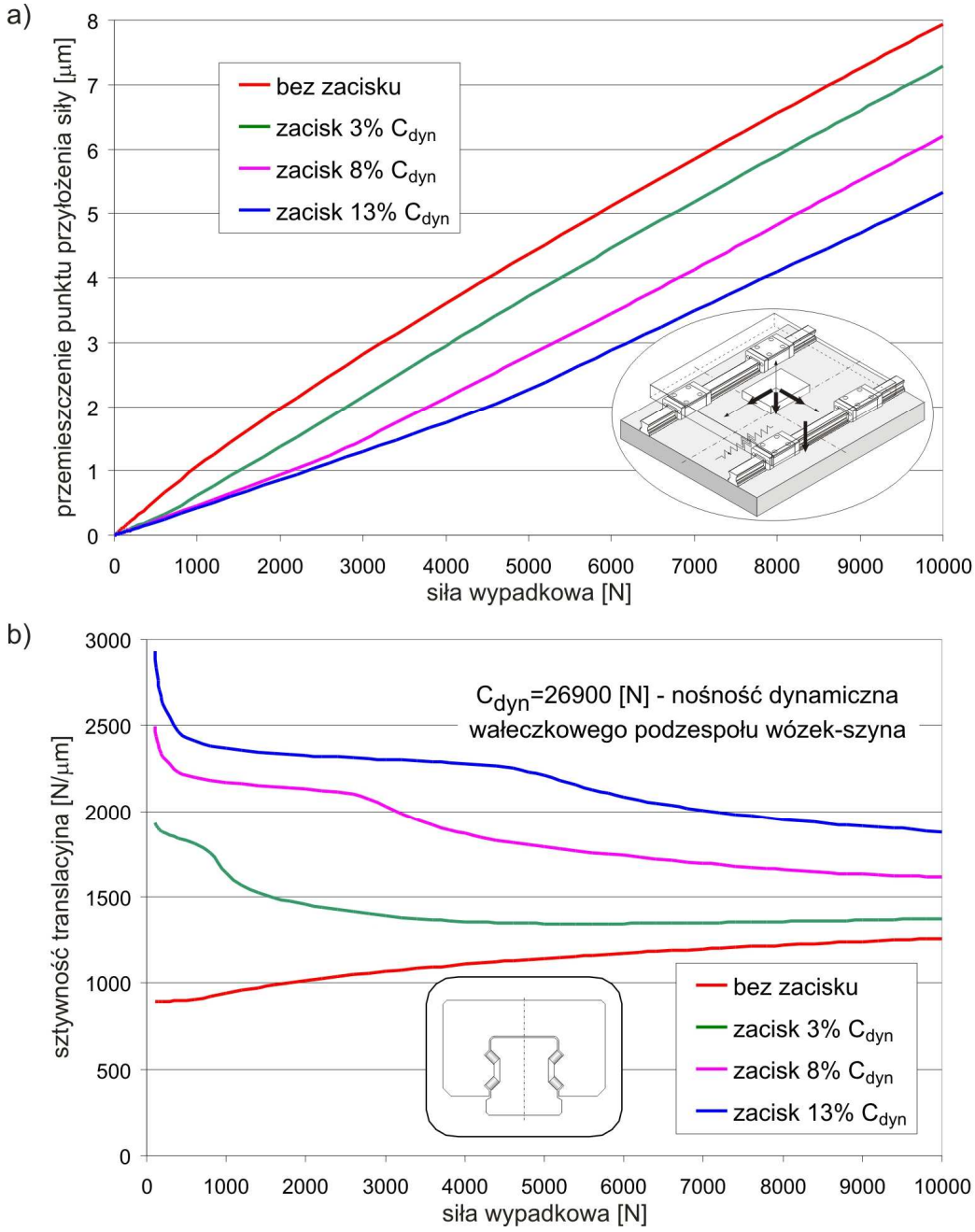
Rys. 13. Modelowa postać tocznego szynowego połączenia prowadnicowego z naniesionymi danymi do analizy jego właściwości statycznych
Fig. 13. The model of the guideway rolling joint rail system with data used in static properties analysis

Wyniki przeprowadzonych symulacji komputerowych dowodzą nieliniowości charakterystyk statycznych analizowanej konstrukcji (rys. 14÷16). Świadczą one również o bardzo silnym wpływie zacisku wstępnego podzespołów wózek-szyna na przebiegi tych charakterystyk. Szczególnie duże różnice współczynników sztywności połączenia prowadnicowego z podzespołami wstępnie zaciśniętymi do poziomu 8% lub 13% nośności dynamicznej, w porównaniu z wariantami o niewielkim zacisku (2%) lub niezaciśniętymi, dostrzega się przy małych obciążeniach. Uwidocznione na rys. 16 zestawienie charakterystyk statycznych pozwala wnioskować, że konstrukcja zaopatrzona w podzespoły wałeczkowe jest sztywniejsza od połączenia powadnicowego z podzespołami kulkowymi (średnio o 60% w całym zakresie zmian wartości siły).



Rys. 14. Wyznaczone analitycznie charakterystyki przemieszczenia punktu przyłożenia siły wymuszającej F (rys. 13), rzutowanego na kierunek tej siły (a), a także sztywności konstrukcji (b) szynowego połączenia prowadnicowego z kulkowymi podzespołami tocznymi

Fig. 14. Analytically determined displacement characteristics at location of the loading force F (Fig. 13), projected on force direction (a) and construction stiffness (b) guideway rolling joint rail system with ball rolling elements

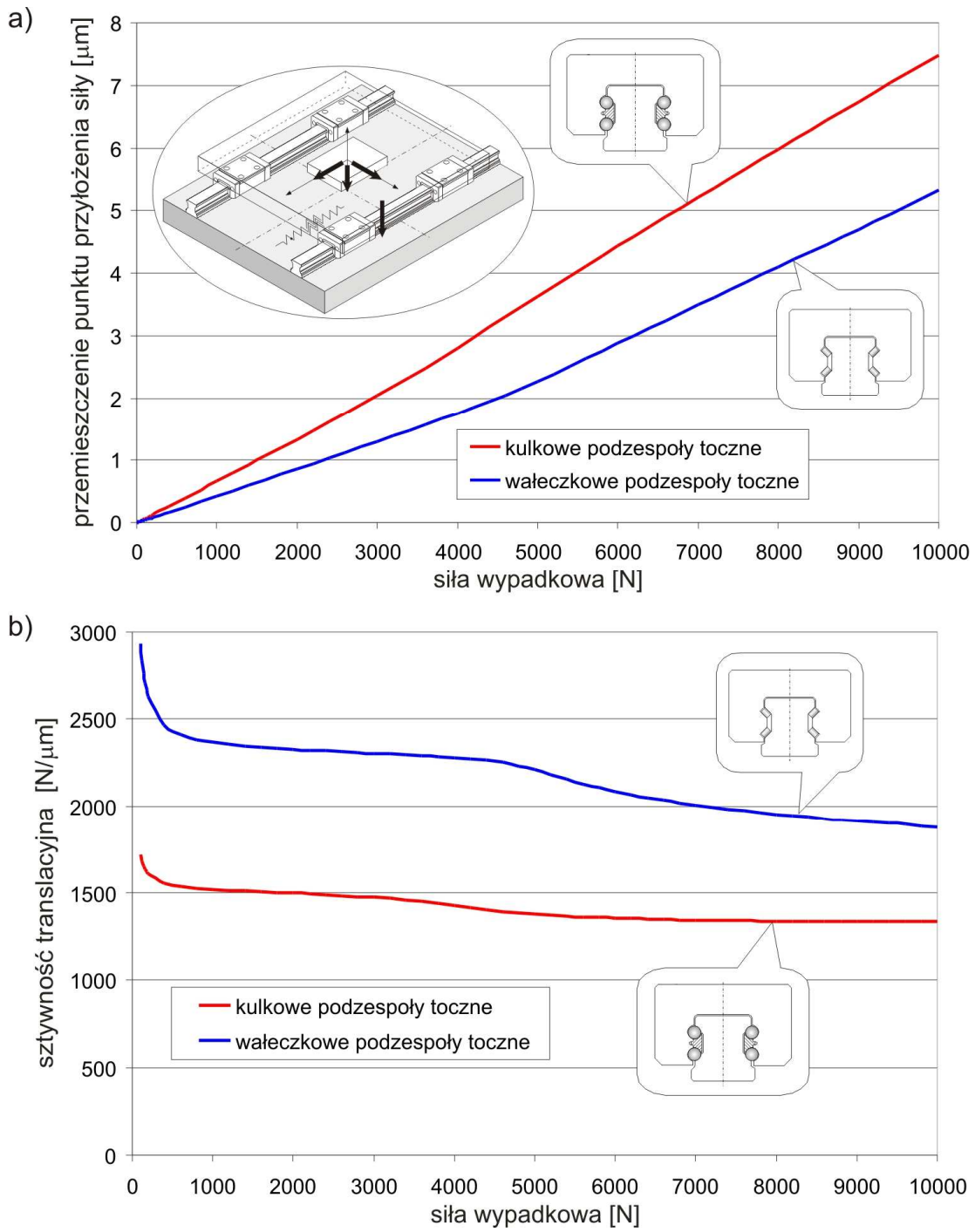


Rys. 15. Wyznaczone analitycznie charakterystyki przemieszczenia punktu przyłożenia siły wymuszającej F (rys. 13), rzutowanego na kierunek tej siły (a), a także sztywności konstrukcji (b) szynowego połączenia prowadnicowego z wałeczkowymi podzespołami tocznymi

Fig. 15. Analytically determined displacement characteristics at location of the loading force F (Fig. 13), projected on force direction (a) and construction stiffness (b) of guideway rolling joint rail system with cylindrical rolling elements

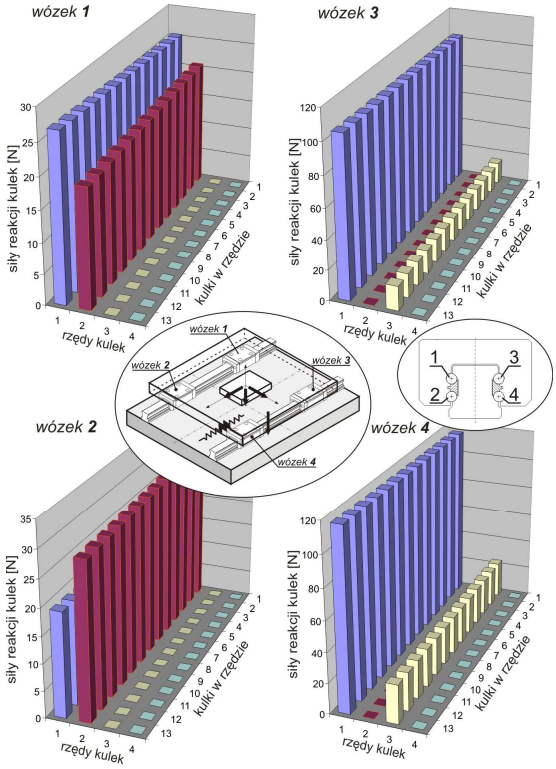
Wykresy słupkowe na rys. 17 pokazują, że przy braku wstępnego zacisku podzespołów prowadnicowych występuje bardzo duże zróżnicowanie sił reakcji elementów tocznych między ich rzędami. Niektóre z rzędów elementów w ogóle nie uczestniczą w przenoszeniu obciążenia zewnętrznego. Ze wzrostem zacisku zróżnicowanie sił reakcji maleje. Przy poziomie zacisku wynoszącym 13% nośności dynamicznej pracują już

wszystkie elementy toczne połączenia (rys. 18). Dowodzi to jednoznacznie celowości wstępnego zaciskania podzespołów tocznych w połączeniach prowadnicowych maszyn.



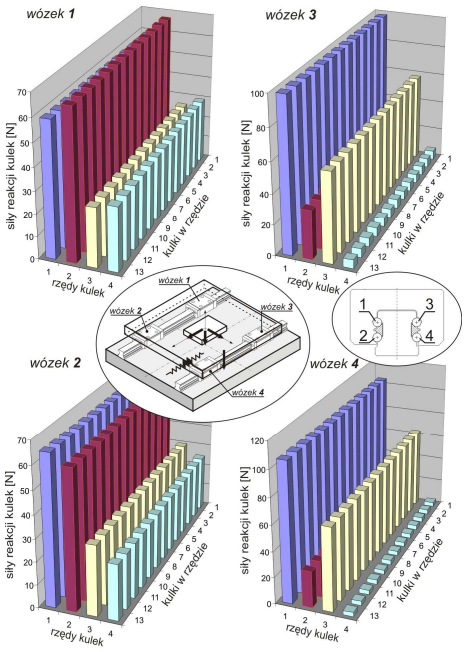
Rys. 16. Porównanie analitycznie wyznaczonych charakterystyk przemieszczeń (a) i sztywności (b) konstrukcji szynowego połączenia prowadnicowego, z kulkowymi oraz wałeczkowymi podzespołami tocznymi, zaciśniętymi wstępnie do poziomu 13% ich nośności dynamicznych

Fig. 16. The comparison of analytically determined characteristics of displacement (a), and stiffness (b) guideway rolling joint rail system with cylindrical and ball rolling elements preloaded to 13% of dynamic load capacity



Rys. 17. Siły reakcji kulek w nie zaciśniętych wstępnie podzespołach wózek-szyna połączenia prowadnicowego (rys. 13), wywołane działaniem siły o wartości F=3000 N

Fig. 17. Ball reaction forces in non preloaded components of cart-rail guideway joint (Fig. 13) excited by force of value F=3000 N

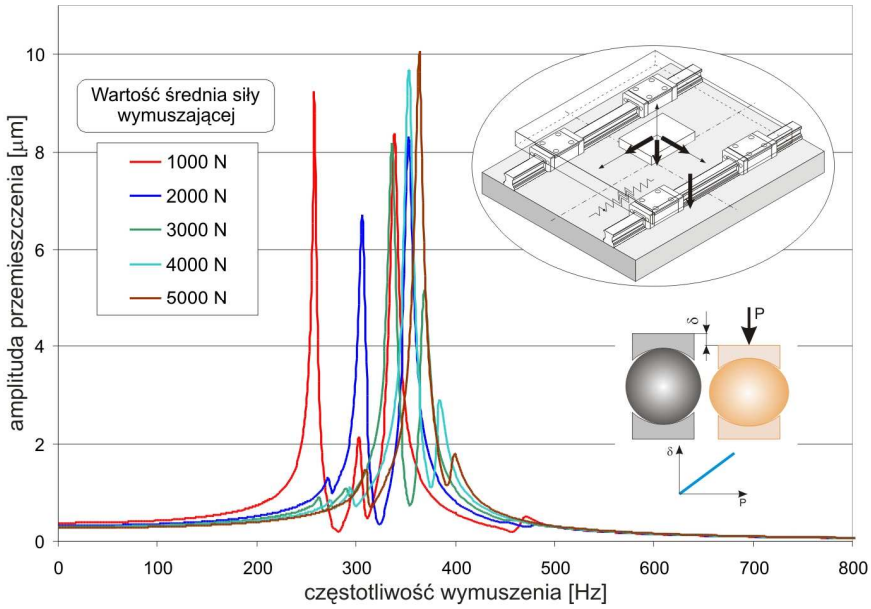


Rys. 18. Siły reakcji kulek w zaciśniętych wstępnie do poziomu 13% nośności dynamicznej podzespołach wózek-szyna połączenia prowadnicowego (rys. 13), wywołane działaniem siły o wartości F=3000 N

Fig. 18. Ball reaction forces in components of cart-rail guideway joint preloaded to 13% of dynamic load capacity (Fig. 13) excited by force of value F=3000 N

5.3. WYZNACZANIE CHARAKTERYSTYK DYNAMICZNYCH TOCZNEGO POŁĄCZENIA PROWADNICOWEGO STÓŁ-ŁOŻE OBRABIARKI

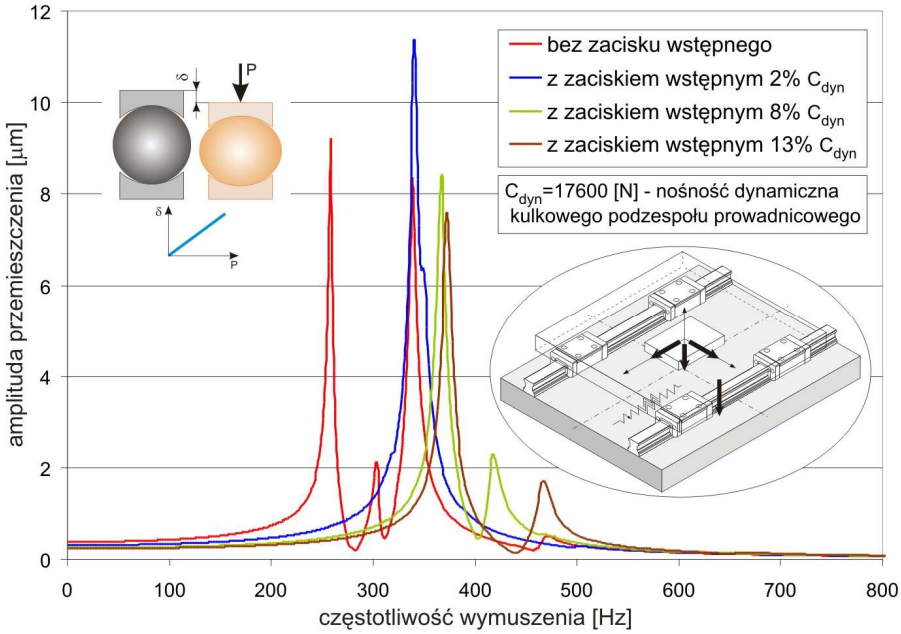
Konstrukcję połączenia prowadnicowego opisanego w p. 5.2 (rys. 12 i 13) poddano analizie właściwości dynamicznych. Modelowanie rozpatrywanego obiektu w zakresie dynamiki oparto konsekwentnie na założeniach upraszczających przyjętych w p. 5.2, odwołując się do koncepcji metody SES i teorii Hertza. Za podstawę opisu ruchu zespołu przyjęto równania Lagrange'a II rodzaju, z których wynikały równania różniczkowe zwyczajne 2 rzędu w dziedzinie czasu, zanotowane jako zależność (3) w p. 4.



Rys. 19. Amplitudowo-częstotliwościowe charakterystyki dynamiczne tocznego połączenia prowadnicowego, wyznaczone dla liniowo-sprężystego modelu konstrukcji w punkcie i na kierunku działania siły wymuszającej o amplitudzie 100 N przy różnych wartościach siły średniej (o składowych zdefiniowanych na rys. 13)
Fig. 19. Amplitude-frequency dynamic characteristics of the guideway rolling joint, determined for linear-elastic model of the structure at a point and the direction of the exciting force with amplitude of 100 N at different values of mean force (with primaries defined in Fig. 13)

Przyjmując, że w konstrukcji zastosowano kulkowe podzespoły prowadnicowe, których elementarnym segmentom tocznym (typu bieżnia szyny-kulka-bieżnia wózka) przypisywane są w całości sprężysto-dyssypacyjne właściwości obiektu, rozważono dwa warianty jego modelu: liniowo-sprężysty oraz nieliniowo-sprężysty. W modelu liniowo-sprężystym stałe współczynniki sztywności segmentów tocznych dobrano ze stycznych do charakterystyk ich deformacji w tzw. „punktach pracy", wyznaczonych uprzednio w obliczeniach statyki połączenia prowadnicowego, obciążonego siłami grawitacji jego elementów oraz składową średnią siły wymuszającej. Implikowało to stałość macierzy sztywności w układzie równań ruchu (3). W równaniach tych stała była również macierz tłumienia wiskotycznego, zbudowana – przyjmując dla segmentów tocznych model

reologiczny Kelvina-Voigta [12] – proporcjonalnie do macierzy sztywności. Współczynnik proporcjonalności zawierał tzw. współczynnik strat energii drgań, oszacowany na podstawie prognozowanej dyssypatywności konstrukcji [12]. Macierz mas w układzie równań (3) utworzono na podstawie danych uzyskanych w procesie geometrycznego modelowania obiektu za pomocą systemu CAD. Do rozwiązania równań ruchu zastosowano standardowo metodę operatorową, poddając je przekształceniu Fouriera i przenosząc z postaci różniczkowej w dziedzinie czasu do postaci równań algebraicznych w dziedzinie częstotliwości. Na rys. 19÷20 przedstawiono wybrane charakterystyki częstotliwościowe drgań wymuszonych stołu obrabiarki (rys. 13), wyznaczone dla modelu liniowo-sprężystego w punkcie przyłożenia siły.



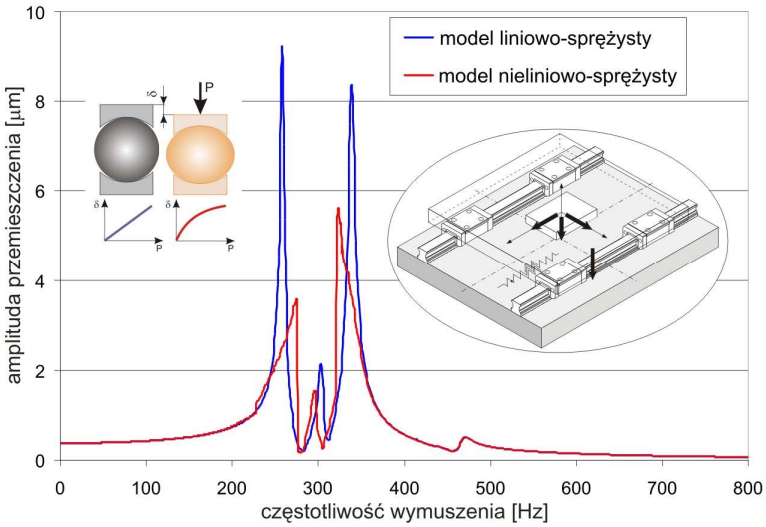
Rys. 20. Amplitudowo-częstotliwościowe charakterystyki dynamiczne tocznego połączenia prowadnicowego, wyznaczone dla liniowo-sprężystego modelu konstrukcji w punkcie i na kierunku działania siły wymuszającej o amplitudzie 100 N i wartości średniej 1000 N (o składowych zdefiniowanych na rys. 13), dla różnych zacisków wstępnych kulkowych podzespołów tocznych

Fig. 20. Amplitude-frequency dynamic characteristics of the guideway rolling joint, determined for linear-elastic model of the structure at a point and the direction of the exciting force with amplitude of 100 N and mean force value of 1000 N (with primaries defined in Fig. 13), for ball rolling units with different preloads

Charakterystyki przedstawione na rys 19 i 20 potwierdzają spodziewaną tendencję do zwiększania się sztywności konstrukcji wraz ze wzrostem wartości średniej siły wymuszającej oraz zwiększaniem zacisku wstępnego podzespołów prowadnicowych wózek-szyna. Przejawia się to przesuwaniem stref rezonansowych – wraz ze wzrostem wymienionych wielkości – w kierunku wyższych częstotliwości.

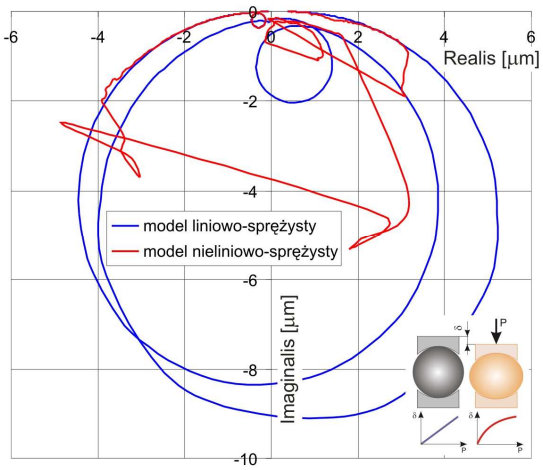
W nieliniowo-sprężystym modelu analizowanego obiektu przyjęto, że deformacje sprężyste segmentów tocznych – w kierunkach prostopadłych do ich bieżni – są nieliniowo

zależne od obciążających je sił. Oznacza to, że „punkty pracy” segmentów przemieszczają się po nieliniowych charakterystykach ich deformacji w każdej chwili dynamicznych zachowań konstrukcji poddawanej drganiom. Jako adekwatny model zależności deformacji segmentu tocznego od siły przyjęto funkcję potęgową (zgodną z teorią Hertza). Skutkiem



Rys. 21. Zestawienie amplitudowo-częstotliwościowych charakterystyk podstawowej harmoniki przemieszczenia stołu obrabiarki, wyznaczonych dla liniowo- oraz nieliniowo-sprężystego modelu tocznego połączenia prowadnicowego – w punkcie i na kierunku działania siły wymuszającej o amplitudzie 100 N i wartości średniej 1000 N (o składowych zdefiniowanych na rys. 13)

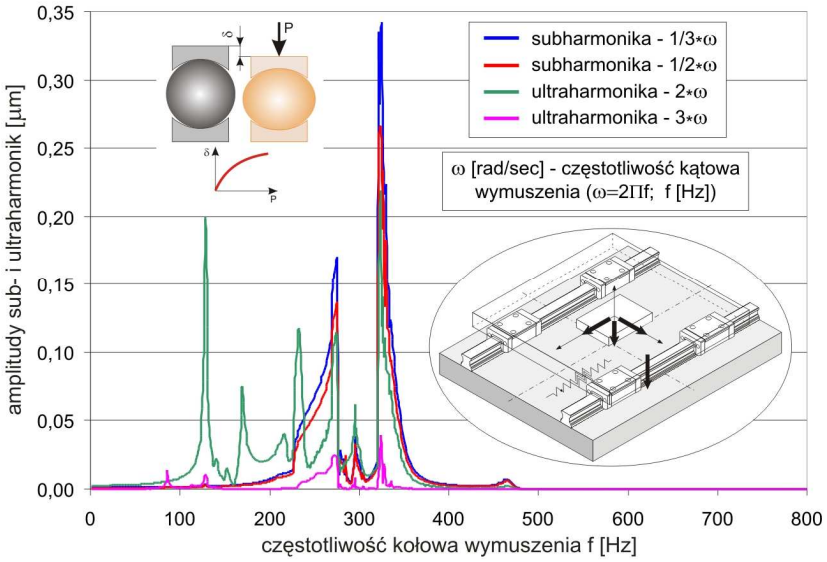
Fig. 21. Specification of amplitude-frequency dynamic characteristics of the basic machine table translation harmonic, determined for linear and non-linear – elastic model of the guideway rolling joint at a point and the direction of the exciting force with amplitude of 100 N and mean force value of 1000 N (with primaries defined in Fig. 13)



Rys. 22. Zestawienie amplitudowo-fazowo-częstotliwościowych charakterystyk podstawowej harmoniki przemieszczenia stołu obrabiarki, wyznaczonych dla liniowo- oraz nieliniowo-sprężystego modelu tocznego połączenia prowadnicowego – w punkcie i na kierunku działania siły wymuszającej o amplitudzie 100 N i wartości średniej 1000 N (o składowych zdefiniowanych na rys. 13)

Fig. 22. Specification of amplitude-phase-frequency dynamic characteristics of the basic machine table translation harmonic, determined for linear and non-linear -elastic model of the guideway rolling joint at a point and the direction of the exciting force with amplitude of 100 N and mean force value of 1000 N (with primaries defined in Fig. 13)

przyjęcia powyższego założenia była zmienność macierzy sztywności w układzie równań (3), powodująca także zmienność proporcjonalnej do niej – w myśl koncepcji Kelvina-Voigta – macierzy tłumienia. Wyznaczanie charakterystyk dynamicznych konstrukcji dla jej modelu nieliniowo-sprężystego polegało na całkowaniu numerycznym układu równań różniczkowych (3) za pomocą procedury Runge-Kutta, w całym wybranym zakresie częstotliwości wymuszeń. Uzyskiwane tą drogą charakterystyki czasowe odpowiedzi poddawano następnie analizie harmonicznej (rozkład w szereg Fouriera), otrzymując stąd amplitudy drgań opisywanych przez harmonikę podstawową oraz sub- i ultraharmoniki. Wybrane wyniki obliczeń przeprowadzonych dla modelu nieliniowo-sprężystego przedstawiono na rys. 21÷25.



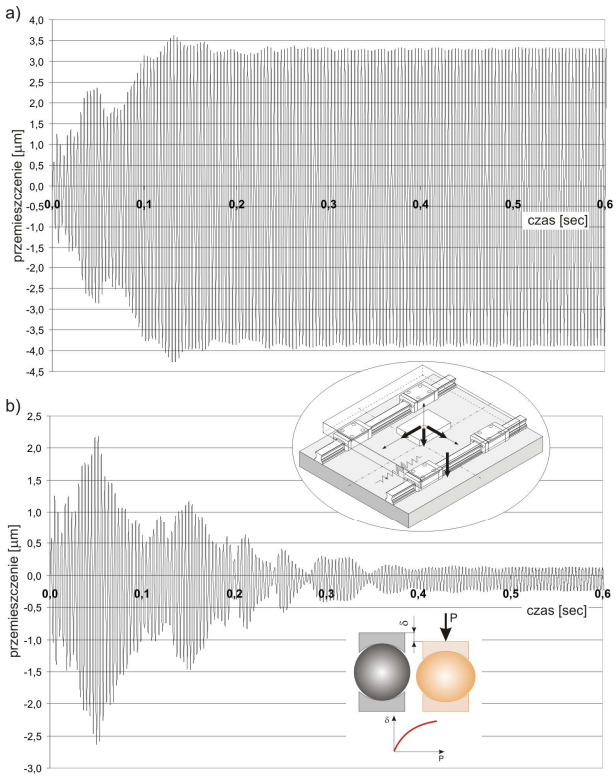
Rys. 23. Zestawienie amplitudowo-częstotliwościowych charakterystyk sub- oraz ultraharmonik przemieszczenia stołu obrabiarki, wyznaczonych dla nieliniowo-sprężystego modelu tocznego połączenia prowadnicowego – w punkcie i na kierunku działania siły wymuszającej o amplitudzie 100 N i wartości średniej 1000 N (o składowych zdefiniowanych na rys. 13)

Fig. 23. Specification of amplitude-frequency dynamic characteristics of the basic machine table translation sub- and ultra-harmonic, determined for non-linear -elastic model of the guideway rolling joint at a point and the direction of the exciting force with amplitude of 100 N and mean force value of 1000 N (with primaries defined in Fig. 13)

Przeprowadzone obliczenia właściwości dynamicznych pozwalają stwierdzić dość istotne różnice wyników modelowania tocznego połączenia prowadnicowego w wariancie liniowo-sprężystym w porównaniu z wariantem nieliniowo-sprężystym (rys. 21 i 22). O ile charakterystyki dynamiczne modelu liniowego mają spodziewane przebiegi, to otrzymane dla modelu nieliniowego są niekonwencjonalne. W szczególności – analizując charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe (rys. 21) – przejawia się to pod postacią wyraźnych asymetrii przebiegów w strefach głównych rezonansów. Dostrzegane są „stromizny” na wzniesieniach charakterystyk, świadczące o występowaniu stanów bifurkacyjnych w tych strefach. Zachodzą wówczas gwałtowane zmiany amplitud

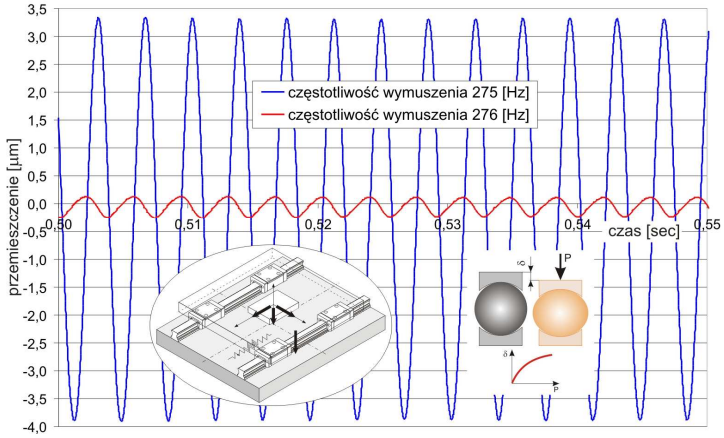
odpowiedzi przy nieznacznych zmianach częstotliwości wymuszenia (rys. 24 i 25). Porównanie wykresów na rys. 21 i 23 dowodzi zdecydowanej dominacji podstawowej harmoniki odpowiedzi modelu nieliniowego, o częstotliwości zgodnej z wymuszeniem, nad subharmonikami (podwielokrotności częstotliwości wymuszenia) oraz ultraharmonikami (wielokrotności częstotliwości wymuszenia). Charakterystyki aplitudowo-fazowo-częstotliwościowe wyznaczone dla modelu nieliniowego przybierają złożone, nieregularne kształty, odbiegające od obrazów charakterystyk modelu liniowego.

Dokładna obserwacja zachowań modelowanej konstrukcji pozwala stwierdzić, że na jej charakterystyki dynamiczne poważany wpływ mają nie tylko nieliniowości fizyczne, lecz także nieliniowości typu geometrycznego, wyrażające się zmiennością – wraz ze zmianami częstotliwości – liczby czynnie pracujących kulek w podzespołach wózek-szyna. Najsilniej uwidacznia się w strefach głównych rezonansów, gdzie w pracy konstrukcji nie uczestniczy – mimo zacisku wstępnego – nawet do kilkudziesięciu elementów tocznych (ich łączna liczba w modelu wynosiła 208). Informacje wynikające z wykresów na rys. 21 i 22 pozwalają sądzić, że bliższy realiom model nieliniowy prognozuje większą sztywność analizowanej konstrukcji (mniejsze amplitudy przemieszczenia) od uproszczonego modelu liniowego.



Rys. 24. Charakterystyki czasowe przemieszczenia stołu obrabiarki, wyznaczone dla nieliniowo-sprężystego modelu tocznego połączenia prowadnicowego w punkcie i na kierunku działania siły o amplitudzie 100 N i wartości średniej 1000 N, przy częstotliwościach wymuszenia: a) 275 Hz, b) 276 Hz

Fig. 24. Time characteristics of machine table translation, determined for non-linear -elastic model of the guideway rolling joint at a point and the direction of the exciting force with amplitude of 100 N and mean force value of 1000 N with exciting frequency of: a) 275 Hz, b) 276 Hz



Rys. 25. Zestawienie charakterystyk czasowych przemieszczenia stołu obrabiarki po ustabilizowaniu drgań, wyznaczonych dla nieliniowo-sprężystego modelu tocznego połączenia prowadnicowego w punkcie i na kierunku działania siły o amplitudzie 100 N i wartości średniej 1000 N, przy częstotliwościach wymuszenia 275 Hz oraz 276 Hz
Fig. 25. Specification of time characteristics of machine table translation after vibration stabilization, determined for non-linear -elastic model of the guideway rolling joint at a point and the direction of the exciting force with amplitude of 100 N and mean force value of 1000 N with exciting frequency of 275 Hz and 276 Hz

6. PODSUMOWANIE

Przedstawiona w artykule koncepcja modelowania tocznych, szynowych połączeń prowadnicowych wiąże się ściśle z zagadnieniami analizy konstrukcji w procesach projektowania obrabiarek. Znany i dobrze udokumentowany fakt dużego wpływu połączeń prowadnicowych na techniczno-użytkowe wskaźniki obrabiarek jest ważną przesłanką do stosowania zaawansowanych metod ich modelowania przy projektowaniu układów nośnych tych maszyn. Jednak szeroka oferta rynkowa komponentów techniki przemieszczeń liniowych nie idzie w parze z zadowalająco pełną bazą informacji o właściwościach tych komponentów. Ich producenci dostarczają w swoich materiałach firmowych dane pozwalające, w zasadzie, sprawdzać jedynie warunki nośności podzespołów prowadnicowych. Nie są natomiast dostępne (bądź przedstawiane są szczątkowo) charakterystyki sztywności podzespołów, służące wyznaczaniu statycznych i dynamicznych właściwości konstrukcji.

Złożona w tym opracowaniu propozycja metody modelowania prowadnic tocznych ma – w przekonaniu autorów – znamiona racjonalnego narzędzia wspomagania decyzji projektowych. Zastosowana w tej metodzie opcja opisu zjawisk kontaktowych według autorskiej koncepcji korekcji obciążeń, w pełni wpisuje się w zasady dyskretyzacji leżące u podstaw metody elementów skończonych. Przytoczone przykłady modelowania w zakresie statyki i dynamiki konstrukcji zdają się świadczyć o przydatności wytworzonego oprogramowania, realizującego omówioną metodę, do praktyki obliczeń inżynierskich.

Metoda została zweryfikowana doświadczalnie na specjalnie zaprojektowanym i wykonanym stanowisku badawczym [7]. W celu weryfikacji analitycznych wyników modelowania przeprowadzono doświadczalne badania statycznych i dynamicznych charakterystyk właściwości wielu tocznych podzespołów prowadnicowych oraz szynowego

połączenia prowadnicowego. Wyniki tych badań posłużyły także identyfikacji i urealnieniu parametrów modeli obliczeniowych [18],[19].

Praktyczną przydatność przedstawionej metody modelowania potwierdziły pomyślne rezultaty współpracy zespołu autorów z przemysłem (m.in. [6]).

LITERATURA

[1] CHLEBUS E., DYBALA B., 1999, *Modeling and calculation of properties of sliding guideways*, Int. Journ. of Machine Tools & Manufacture, 39/1823-1839.

[2] HERTZ H., 1882, *Über die Berührung fester elastischer Körper*, Journ. für die Reinerund Angewandte Mathematik, 92, 156–171, (English transl.: 1896, *On the contact of elastic solids*, In: Miscellaneous Papers by H. Hertz, Macmillan, London, 146-162).

[3] HONCZARENKO J., 2008, *Obrabiarki sterowane numerycznie*, WNT, Warszawa.

[4] JASTRZĘBSKI D., 2008, *Modeling static properties of load-carrying systems of machines tools using hybrid finite element method*, Advances in Manufacturing Science and Technology, 32/1/9-28.

[5] JASTRZĘBSKI D., DOLATA M., MAJDA P., SZWENGIER G., 2010, *Wpływ technik modelowania mechanizmów śrubowo-tocznych na czas i dokładność ich obliczeń*, Archiwum Technologii Maszyn i Automatyzacji, 30/4/151-158.

[6] JASTRZĘBSKI D., PAWEŁKO P., RATYŃSKI M., SZWENGIER G., 2007, *Design calculations of a lathe's rolling connection of tailstock system*, Advances in Manufacturing Science and Technology, 31/2/5-24.

[7] JASTRZĘBSKI D., PAWEŁKO P., SKRODZEWICZ J., SZWENGIER G., 2005, *Badania statycznych właściwości szynowych prowadnic tocznych, Część III: Badania połączeń prowadnicowych*, Przegląd Mechaniczny, 9S/213-214.

[8] JASTRZĘBSKI D., SZWENGIER G., 1993, *Analiza statycznych właściwości układów nośnych obrabiarek hybrydową metodą elementów skończonych*, Postępy Technologii Maszyn i Urządzeń, 17/2, 21-41.

[9] KLEIBER M., 1985, *Metoda elementów skończonych w nieliniowej mechanice kontinuum*, PWN, Warszawa-Poznań.

[10] KRUSZEWSKI J. i inni, 1984, *Metoda elementów skończonych w dynamice konstrukcji*, Arkady, Warszawa.

[11] LEVINA Z.M., REŠETOV D.N., 1971, *Kontaktnaja žestkost' mašin*, Mašinostrojenie, Moskva.

[12] MARCHELEK K., 1991, *Dynamika obrabiarek*, WNT, Warszawa.

[13] OSIŃSKI Z., 1978, Teoria drgań, PWN, Warszawa.

[14] REXROTH STAR GmbH, 2007, *Linear Motion and Assembly Technologies*.

[15] SZWENGIER G., 1994, *Modelowanie i obliczenia projektowe układów prowadnicowych obrabiarek*, Prace Naukowe Politechniki Szczecińskiej nr 512, Szczecin.

[16] SZWENGIER G., 1996, *Obliczenia projektowe układów prowadnicowych obrabiarek, Cz. I: Podstawy metodyczne*, Postępy Technologii Maszyn i Urządzeń, 20/2/57-73.

[17] SZWENGIER G., JASTRZĘBSKI D., GODUŃSKI T., 1995, *Modeling and design calculations of machine tools slideway systems*, Proc. IX World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, Milano, 4/2703-2707.

[18] SZWENGIER G., BERCZYŃSKI S., GODUŃSKI T., 2000, *Identification of physical parameters in contact joints models of machines supporting systems*, Advances in Engineering Software, 31/2/149-155.

[19] SZWENGIER G., PAWEŁKO P., 2010, *Identyfikacja parametrów modelu tocznego połączenia prowadnicowego*, Proc. 3rd Int. Conf. MANUFACTURING 2010, Poznań, 192.

[20] THK: General Description, Technical Description of the Product, 2008.

[21] WROTNY L.T., 1986, *Projektowanie obrabiarek. Zagadnienia ogólne i przykłady obliczeń*, WNT, Warszawa.

[221] ZIENKIEWICZ O.C., 1977, *The Finite Element Method in Engineering Science*, McGraw-Hill, London.

MODELING OF MACHINE TOOL GUIDEWAY ROLLING JOINT SYSTEMS

The article presents the concept and principles of modeling machine tool guideway rolling joint systems. The aims of modeling rolling guideways have been determined, which are motivated by the needs of making decisions in

computer aided machine tools design process. The assumptions for the modeling of the physical structure have been presented. The ways of creating and solving mathematical models describing static and dynamic characteristics of machine tools carrying systems containing rolling guideways have been discussed. The paper brings out the selected results of modeling and calculation of static characteristics of a single design component type: rolling cart - guide rail. This article presents the results of the construction of the guideway rolling joint system properties analysis in the scope of linear and nonlinear statics and dynamics. The results of modeling and calculation of these objects have been commented. In summary, the usefulness of the proposed method in practical modeling has been evaluated.