

Zygmunt KUDŹMA¹
Janusz RUTAŃSKI^{1*}
Michał STOSIAK¹

WAHANIA WYDAJNOŚCI POMP WYPOROWYCH W UKŁADACH Z HYDRAULICZNĄ LINIĄ DŁUGĄ

W artykule przedstawiono sposób obliczania charakterystyk częstotliwościowych w układach z hydrauliczną linią długą. Do obliczeń posłużono się metodą macierzową, w której użyto modelu quasi-ustalonych strat tarcia. Taki sposób opisu traktuje przewód jako tzw. czwórnik hydrauliczny. Układ hydrauliczny z zadaniem obciążeniem, wyrażonym w postaci impedancji końcowej, przedstawiany jest w postaci tzw. jednowrotnika, który posłużył do wyznaczania transmitancji operatorowych układu. Na bazie tych transmitancji, przy wymuszeniu harmonicznym można sporządzić wykres modułu transmitancji w funkcji długości przewodu zasilającego przy danej częstotliwości wymuszeń, utożsamianej z podstawową harmoniczną pulsacją wydajności pompy wyporowej. W wyniku symulacji numerycznej uzyskuje się długości przewodu, przy których następuje wzmocnienie amplitud pulsacji ciśnienia, utożsamiane z rezonansem hydraulicznym.

1 WPROWADZENIE

Jedną z cech pomp wyporowych, stosowanych w hydrostatycznych układach napędowych, jest okresowo zmienna wydajność wynikająca z kinematyki elementów wyporowych. Amplituda, częstotliwość i przebieg pulsacji wydajności, generalnie, zależą od typu pompy, wydajności właściwej i prędkości obrotowej. Wahania wydajności powodują powstanie pulsacji ciśnienia w całym układzie hydraulicznym, amplituda których zależy, między innymi, od długości i rodzaju przewodów zasilających, rodzaju odbiornika i jego obciążenia. Wahania wydajności i ciśnienia są w układzie hydraulicznym zjawiskiem niepożądanym, ponieważ mogą powodować wiele zakłóceń utrudniających normalną eksploatację. Jednym z najpoważniejszych skutków pulsacji ciśnienia są drgania przewodów [1],[2],[3],[4],[5],[6] oraz w niektórych przypadkach, elementów sterujących zaworów hydraulicznych [7],[8]. Przewód sztywny można uważać za równomiernie obciążoną sprężystą belkę. Częstotliwość drgań własnych tej belki zależy od obciążenia jednostkowego, momentu bezwładności poprzecznego przekroju rury, modułu sprężystości, odległości między podporami i sposobu zamocowania. Przy określonym stosunku

¹ Politechnika Wrocławska, Wydział Mechaniczny, Katedra Maszyn i Układów Hydraulicznych, Wrocław

* E-mail: janusz.rutanski@pwr.edu.pl

częstotliwości pulsacji ciśnienia do częstotliwości drgań własnych przewodu powstają drgania poprzeczne o zwiększonej amplitudzie, objawiające się nadmiernym hałasem i niekiedy zmęczeniowym niszczeniem rurociągu. Ogólnie przyjętą w literaturze miarą pulsacji jest tzw. współczynnik nierównomierności wydajności, definiowany jako [9]:

$$\delta_p = \frac{Q_{\max} - Q_{\min}}{Q_{\text{śr}}} \quad (1)$$

gdzie: Q_{\max} , Q_{\min} , $Q_{\text{śr}}$ odpowiednio: maksymalna, minimalna i średnia wydajność pompy.

Z analizy zamieszczonej w [9] wynika, że pompy tłokowe o parzystej liczbie elementów wyporowych cechują się większym współczynnikiem δ_p w stosunku do pomp o nieparzystej liczbie elementów wyporowych. Ponadto pompy śrubowe, tłokowe (o nieparzystej liczbie tłoków) i zębate z zazębieniem wewnętrznym charakteryzują się najmniejszymi wartościami współczynnika pulsacji wydajności δ_p . Opis nierównomierności wydajności pomp wyporowych za pomocą współczynnika zdefiniowanego równaniem (1) jest niewystarczający w analizie powstawania i ocenie możliwości zapobiegania jej negatywnym skutkom, ponieważ nie zawiera informacji o jej przebiegu (w czasie bądź w funkcji częstotliwości). W artykule przedstawiono analizę przebiegu wydajności chwilowych, typowych pomp wyporowych – zębatej i wielotłokowej osiowej, oraz skutki pulsacji wydajności, ze szczególnym uwzględnieniem zjawisk rezonansowych.

2. PULSACJA WYDAJNOŚCI POMPY ZĘBATEJ O ZAZĘBIENIU ZEWNĘTRZNYM

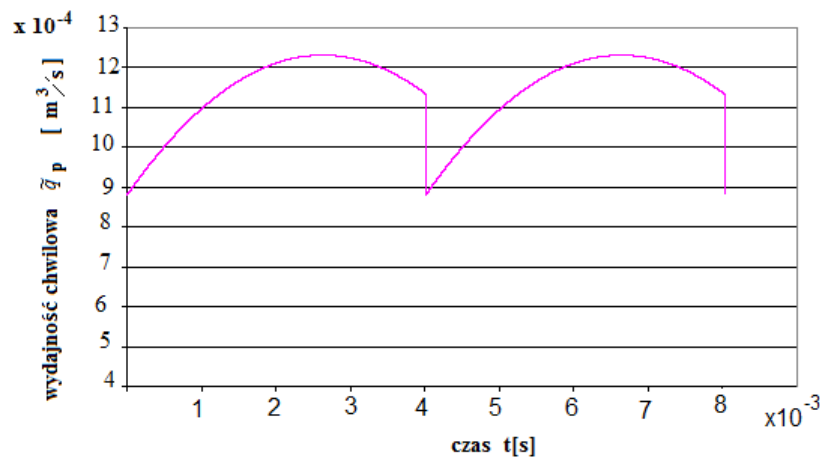
Opierając się na materiałach źródłowych [9],[10],[11],[12] chwilową wydajność \tilde{q}_{pz} pompy zębatej o zazębieniu zewnętrznym można przedstawić jako:

$$\tilde{q}_{pz} = \frac{b_z \cdot \omega_p}{2} \cdot \left[r_{w1}^2 + \frac{r_{t1}}{r_{t2}} \cdot r_{w2}^2 - r_{t1} \cdot (r_{t1} + r_{t2}) - \left(1 + \frac{r_{t1}}{r_{t2}} \right) \cdot u^2 \right], \quad (2)$$

gdzie: b_z – szerokość kół, $\omega_p = \frac{d\varphi_z}{dt}$ – prędkość kątowna wałka pompy, (koła zębatego),

r_{w1} , r_{w2} – promień koła wierzchołkowego czynnego, biernego, r_{t1} , r_{t2} – promień koła tocznego czynnego, biernego, $u = r_z \cdot \varphi_z$ – chwilowa odległość punktu styku zębów, poruszającego się wzdłuż linii przyporu od bieguna zazębienia, r_z – promień koła zasadniczego, φ_z – kąt obrotu kół zębatach, t – czas.

Model teoretyczny odzwierciedlający równanie (2) implementowano w programie Matlab 6.5 przy wykorzystaniu pakietu Simulink. W celu dokonania symulacji komputerowej wydajności chwilowej pompy zębatej i wprowadzenia danych konstrukcyjnych i eksploatacyjnych do programu typowej pompy zębatej skorzystano z dokumentacji technicznej pompy typ P2C 2110 produkcji WZMB im. Waryńskiego w Warszawie. Na podstawie (2) oraz przeprowadzonej symulacji otrzymuje się przebieg chwilowej wydajności pompy zębatej P2C2110 przedstawiony na rys. 1.



Rys. 1. Teoretyczny przebieg wydajności chwilowej \tilde{q}_{pz} w funkcji czasu t dla pompy zębatej typ P2C 2110; prędkość obrotowa 1500 obr/min, $Q_{sr} = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$

Fig. 1. Theoretical run of pump instantaneous capacity \tilde{q}_{pz} in function of time t for gear pump P2C2110; rotational speed 1500 rpm; $Q_{sr} = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$

3. PULSACJA WYDAJNOŚCI POMPY WIELOTŁOCZKOWEJ OSIOWEJ Z WYCHYLNĄ TARCZĄ

Wydajność pompy wielotłoczkowej osiowej z wychylną tarczą oporową jest sumą wydajności i_t tłoczków znajdujących się w strefie tłoczenia, rozstawionych na promieniu R_{tw} z podziałką kątową $\alpha = \frac{2\pi}{z_t}$ i może być określona równaniem [10],[12]:

$$\tilde{q}_p = \omega_p \cdot f_t \cdot R_{tw} \cdot tg \gamma \cdot \sum_{K=0}^{i_t-1} \sin(\phi + K \cdot \alpha) \quad (3)$$

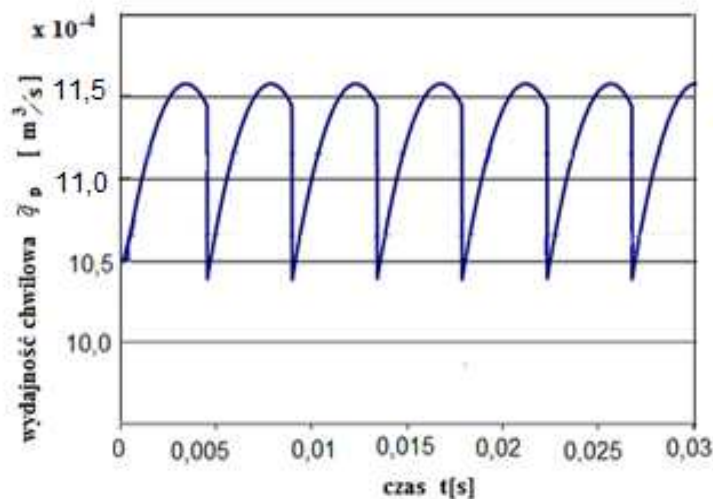
gdzie: ω_p – prędkość kątowa wałka pompy, f_t – pole powierzchni przekroju poprzecznego tłoczka, R_{tw} – promień rozstawienia tłoczków, γ – kąt wychylenia tarczy oporowej w pompie, ϕ – kąt obrotu wałka pompy, α – podziałka kątowa, $K=0 \dots i_t$

Ponadto i_t zależy od liczby tłoczków z_t . Dla pomp z nieparzystą liczbą tłoczków:

$$i_t = \frac{z_t + 1}{2} \quad \text{dla } 0 \leq \phi \leq \alpha/2 \quad (3a)$$

$$i_t = \frac{z_t - 1}{2} \quad \text{dla } \alpha/2 \leq \phi \leq \alpha \quad (3b)$$

Model teoretyczny odzwierciedlający równanie (3) i (3a, 3b) implementowano, w programie Matlab 6.5 przy wykorzystaniu pakietu Simulink. W celu dokonania symulacji komputerowej wydajności chwilowej pompy wielotłoczkowej skorzystano z dokumentacji technicznej pompy PTOZ 100 produkcji WSK Wrocław, dla której w rezultacie otrzymano przebieg czasowy jej chwilowej wydajności pokazany na rys. 2.



Rys. 2. Teoretyczny przebieg wydajności chwilowej \tilde{q}_p w funkcji czasu t dla pompy wielotłokowej PTOZ-100
prędkość obrotowa $n_p = 1480 \text{ obr/min}$; $Q_{sr} = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$

Fig. 2. Theoretical run of pump instantaneous capacity \tilde{q}_p in function of time t for multipiston pump PTOZ-100
rotational speed $n_p = 1480 \text{ rpm}$; $Q_{sr} = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$

4. PRZEBIEG TEORETYCZNEJ WYDAJNOŚCI POMP WYPOROWYCH

Przebieg teoretycznej wydajności chwilowej pomp wyporowych, może być określony wzorem wynikającym z zależności opisujących szereg Fouriera [13]:

$$\tilde{q}_p = Q_{pt} \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \sum_{K=1}^{\infty} 2 \cdot \delta_{pK} \cdot \cos(\omega_K \cdot t) \right) \quad (4)$$

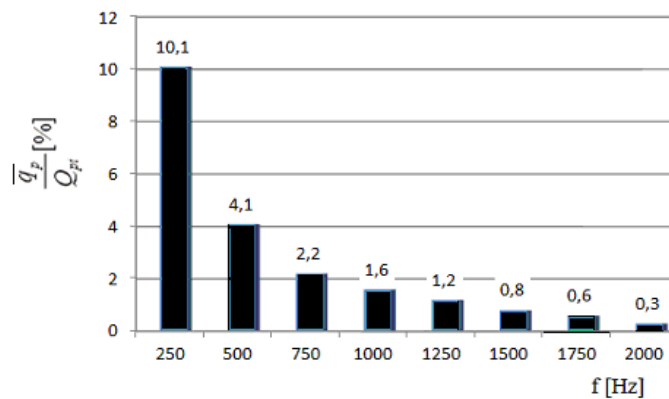
gdzie: Q_{pt} – teoretyczna, średnia wydajność pompy, ω_K – częstość.

Współczynnik nierównomierności wydajności pompy δ_{pK} dla poszczególnych harmonicznym $K (1-\infty)$ określa zależność:

$$\delta_{pK} = \frac{\bar{q}_{pK}}{Q_{pt}} \quad (5)$$

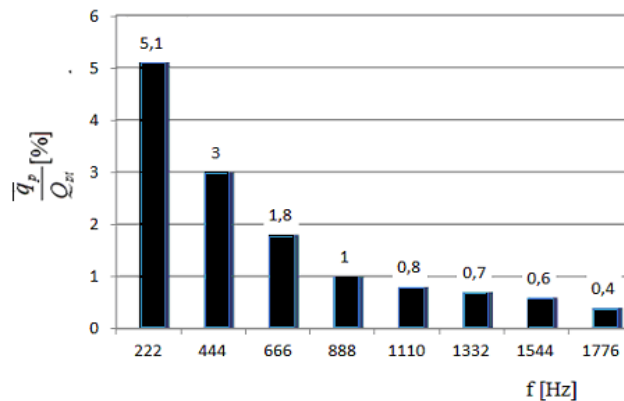
gdzie: \bar{q}_{pK} amplituda pulsacji wydajności dla K tej harmonicznej.

W celu dokonania dyskretnej analizy przebiegów czasowych, pokazanych na rysunkach 1 i 2 i uzyskania widma amplitudowo-częstotliwościowego, posłużono się programem Origin 7.5 Pro, zawierającym wbudowane narzędzia umożliwiające dokonanie szybkiej transformaty Fouriera (FFT). Widmo amplitudowo-częstotliwościowe pulsacji wydajności pompy zębatej typu P2C 2110 i pompy wielotłokowej PTOZ 100, w odniesieniu do przyjętej wydajności średniej $Q_{sr} = 1,1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$, przedstawiono na rysunkach 3 i 4.



Rys. 3. Widmo amplitudowo-częstotliwościowe wydajności chwilowej odniesionej do wydajności średniej pompy zębatej typ P2C 2110 produkcji WZMB Waryński Warszawa

Fig. 3. Spectrum of pump instantaneous capacity referred to pump average capacity for gear pump type P2C2110, manufactured by WZMB Waryński Warsaw



Rys. 4. Widmo amplitudowo-częstotliwościowe wydajności chwilowej pompy wyporowej PTOZ100 dla $n_p = 1480$ obr/min odniesionej do wydajności średniej pompy

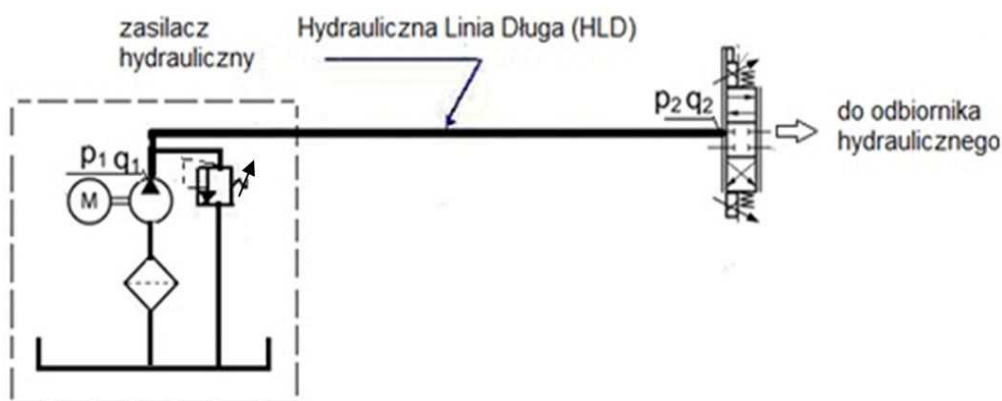
Fig. 4. Spectrum of pump instantaneous capacity referred to pump average capacity for multipiston pump type PTOZ100, rotational speed $n_p = 1480$ rpm

5. PRZEWÓD ZASILAJĄCY JAKO HYDRAULICZNA LINIA DŁUGA

Z powodu wahań wydajności, generowanych przez pompy wyporowe, w przewodach układów hydraulicznych mamy do czynienia z przepływami pulsacyjnymi. Mianem przepływu pulsującego (ang. *pulsating/pulsatile flow*) nazywamy przepływ, podczas którego prędkość przepływu jest sumą dwóch składników, mianowicie: składowej średniej w czasie prędkości przepływu oraz składowej zmiennej (zazwyczaj zmiennej harmonicznie bądź poliharmonicznie) [16]. Natomiast przepływ oscylacyjny (ang. *oscillating/oscillatory flow*) jest takim szczególnym przypadkiem przepływu pulsującego, w którym składowa średnia w czasie prędkości przepływu równa jest zero [16].

Podczas badania przepływów pulsacyjnych szczególną uwagę należy zwrócić na przypadek, gdy mamy do czynienia z hydrauliczną linią długą, a więc gdy długość przewodu jest rzędu długości propagowanej w nim fali ciśnienia, bądź jest od niej większa

[13]. Dindorf [14] zaleca nawet, aby przewód hydrauliczny traktować jako linię długą już wtedy, gdy spełniony jest warunek $\lambda_f \leq \frac{c_0}{10 \cdot f_{max}}$ (λ_f długość fali, c_0 prędkość propagacji fali ciśnienia w przewodzie, f_{max} maksymalna częstotliwość wymuszeń). Wówczas, przewód taki traktuje się jako element układu o parametrach rozłożonych, a więc należy uwzględnić fakt, że zmiany ciśnienia i natężenia przepływu rozchodzą się wzdłuż osi przewodów ze skończoną prędkością w postaci fal bieżących i odbitych [6],[14],[15]. Przykładem układu, gdzie mogą wystąpić problemy związane z linią długą, są układy sterowane w technice proporcjonalnej. Jednym z najistotniejszych warunków jaki musi być spełniony przy stosowaniu rozdzielaczy proporcjonalnych to warunek mówiący o tym, że częstotliwość własna f_o odbiornika nie powinna być mniejsza aniżeli 3Hz czyli częstość własna $\omega_0 = 18,84s^{-1}$. Sposób obliczania częstości własnej dla różnego typu odbiorników dokładnie podany jest w [17]. Ogólnie można stwierdzić, że częstość własna odbiornika sterowanego proporcjonalnie zależy, między innymi, od objętości cieczy pomiędzy rozdzielaczem a odbiornikiem po stronie zasilającej i zlewowej. W celu spełnienia warunków odnośnie właściwości dynamicznych odbiornika, (wartości częstości własnej), eliminującej zjawisko stik-slip, rozdzielacz proporcjonalny powinien być montowany jak najbliżej odbiornika i łączony z nim przewodami sztywnymi. W przypadku konstrukcji zblokowanej zasilacza hydraulicznego, kiedy wszystkie elementy rozmieszczone są przy pompie, najczęściej na górnej płycie zbiornika, a cały zasilacz połączony jest z rozdzielaczem proporcjonalnym i odbiornikiem tylko przewodami zasilającym i przelewowym należy szczególną uwagę zwrócić na długości przewodu zasilającego. Uzasadnieniem tego jest możliwość wystąpienia zjawisk rezonansowych powodujących intensywność amplitud pulsacji ciśnienia. Poglądowo schemat układu hydraulicznego z rozdzielaczem proporcjonalnym i hydrauliczną linią długą pokazano na rys. 5.



Rys. 5. Schemat modelowanego układu hydraulicznego
Fig. 5. Scheme of modeled hydraulic system

W literaturze powszechnie stosowane są dwie, zasadniczo różne, metody opisu przebiegów nieustalonych (quasi-ustalonych) w układach z hydrauliczną linią długą: częstotliwościowa metoda badań przebiegów i metoda polegająca na badaniu procesów przejściowych w funkcji czasu. Linię hydrauliczną traktuje się jako dwuwrotny element układu o dwóch wejściach i dwóch wyjściach: ciśnienie \tilde{p} i natężenie przepływu \tilde{q} , czyli

jako tzw. czwórnik hydrauliczny [13]. Podczas przepływu o charakterze quasi-ustalonym chwilowe ciśnienie p i natężenie przepływu q można przedstawić w postaci sumy dwóch składników $\tilde{p} = P_o + p$, $\tilde{q} = Q_o + q$, gdzie: P_o , Q_o – odpowiednio ciśnienie i natężenie przepływu średnie w czasie, natomiast p i q stanowią odchyłki od wartości średniej.

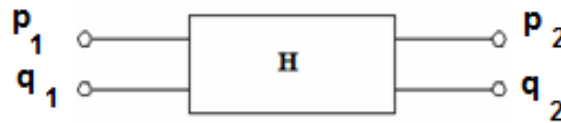
Przy modelowaniu przepływów pulsacyjnych istotną sprawą jest określenie charakteru przepływu. Dla takiego rodzaju przepływu oceny pojawienia się turbulencji dokonywano za pomocą liczby Reynoldsa uśrednionej w czasie [16]. Jednakże nie powstała, jak dotąd, żadna zależność opisująca krytyczną wartość liczby Reynoldsa w odniesieniu do częstości i amplitudy pulsacji. Na podstawie przeprowadzonej analizy literaturowej przez Carpinlioglu M. O., Gundogdu M. Y. [16] można stwierdzić, iż prognozowania powstawania turbulencji można dokonać za pomocą liczby Reynoldsa uśrednionej w czasie. Wartość krytyczna liczby Reynoldsa $Re_{kr,p}$, dla przepływu pulsacyjnego, określająca początek tak zwanej strefy przejściowej wynosi [16]:

$$Re_{kr,p} = 2100 \quad (6)$$

Natomiast za koniec przedziału przepływu pulsacyjnego przejściowego, czyli w pełni ukształtowaną turbulencję przyjmujemy, gdy wartość liczby Reynoldsa $Re_{kr,pr}$ przekroczy:

$$Re_{kr,pr} = 8330 \quad (7)$$

Przyjmując laminarny charakter przepływu pulsacyjnego czwórnik hydrauliczny w sposób poglądowy przedstawiono to na rysunku 6.



Rys. 6. Czwórnik hydrauliczny
Fig. 6. Hydraulic four-terminal network

Poszczególne symbole oznaczają: odpowiednio transformaty Laplace'a ciśnienia \mathbf{p}_1 i natężenia przepływu \mathbf{q}_1 na początku linii, \mathbf{p}_2 , \mathbf{q}_2 odpowiednio transformaty Laplace'a ciśnienia i natężenia przepływu na końcu linii, \mathbf{H} operatorowa funkcja przejścia.

W przypadku modelu o parametrach rozłożonych, gdy rozpatruje się stan quasi-ustalony przy wymuszeniu harmonicznym macierz transmitancji przyjmuje postać [13],[18]:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \quad (8)$$

gdzie poszczególne wyrazy macierzy wyrażone są następującymi zależnościami [13],[18]:

$$h_{11} = \cosh(T \cdot \psi_z \cdot j\omega) \quad (9)$$

$$h_{12} = Z_c \cdot \psi_z \cdot \sinh(T \cdot \psi_z \cdot j\omega) \quad (10)$$

$$h_{21} = \frac{1}{Z_c \Psi_z} \cdot \sinh(T \cdot \psi_z \cdot j\omega) \quad (11)$$

$$h_{22} = \cosh(T \cdot \psi_z \cdot j\omega) \quad (12)$$

Impedancja charakterystyczna przewodu Z_c opisana jest równaniem:

$$Z_c = \frac{\rho_0 \cdot c_0}{\pi \cdot R^2} \quad (13)$$

gdzie: R – promień wewnętrzny przewodu, ω – częstość wymuszeń, c_0 – prędkość propagacji fali ciśnienia, ρ_0 – gęstość cieczy, j – jednostka urojona.

Stałą czasową T zależną od parametrów przewodu określa równanie:

$$T = \frac{L}{c_0} \quad (14)$$

gdzie: L – długość linii hydraulicznej.

W obliczeniach charakterystyk częstotliwościowych hydraulicznej linii długiej (HLD) lub układu hydraulicznego istotną rolę odgrywa sposób uwzględnienia wpływu lepkości czynnika roboczego. Opory tarcia uwzględnia się poprzez przyjęcie funkcji lepkości ψ opisanej zależnością (15) [13]:

$$\psi_z = \frac{\psi}{j \cdot \Omega} \quad (15)$$

$$\psi = \varepsilon + j \cdot \delta \quad (16)$$

ε - jest współczynnikiem tłumienia amplitudy sinusoidalnej fali ciśnienia, δ - jest związane z prędkością fazową fali [13],[18].

Częstotliwość bezwymiarowa Ω określona jest przez równanie:

$$\Omega = \frac{\omega \cdot R^2}{\nu} \quad (17)$$

ν – lepkość kinematyczna cieczy.

W analizie przepływów pulsacyjnych przyjmuje się trzy rodzaje oporów hydraulicznych w zależności od stopnia uszczegółowienia modelu [13]. Najprostszym jest model linii bezstratnej i w tym przypadku przyjmowana jest wartość funkcji lepkości $\psi = 1$. Najbardziej ścisłym modelem oporów hydraulicznych w przypadku przepływu pulsacyjnego (laminarnego i turbulentnego) jest model o zmiennej rezystancji, uwzględniający straty ciśnienia w funkcji częstotliwości. Przyjmuje on skomplikowaną formę matematyczną, dokładnie opisaną w [13] i szczególnie przydatny jest w obliczaniu przebiegów czasowych, na przykład uderzenia hydraulicznego. Z racji występujących częstotliwości wymuszeń (niezbyt wysokich), wynikających z pulsacji wydajności pomp wyporowych, w obliczaniu charakterystyk częstotliwościowych układu hydraulicznego przyjęto model tarcia quasi-ustalonego. Współczynniki funkcji lepkości dla tego modelu strat przyjmują wartości [13]:

$$\varepsilon = \sqrt{0.5} \cdot \Omega \cdot \sqrt{-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{R_o}{\Omega}\right)^2}} \quad (18)$$

$$\delta = \sqrt{0.5} \cdot \Omega \cdot \sqrt{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{R_o}{\Omega}\right)^2}} \quad (19)$$

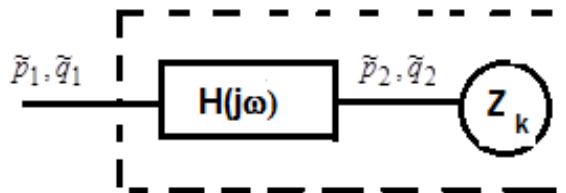
R_o – stały opór (rezystancja) wyznaczony z formuły Darcy – Weisbacha:

$$R_o = \frac{\lambda \cdot \text{Re} \cdot \mu}{8 \cdot \pi \cdot R^4} \quad (20)$$

$\lambda = \frac{64}{\text{Re}}$ - bezwymiarowy współczynnik liniowych strat tarcia, Re - liczba Reynoldsa, μ - lepkość dynamiczna cieczy.

6. CHARAKTERYSTYKI CZĘSTOTLIWOŚCIOWE UKŁADU HYDRAULICZNEGO

Układ hydrauliczny z linią długą może być przedstawiony w postaci złożonego jednowrotnika wg schematu pokazanego na rysunku 7.



Rys. 7 Złożony jednowrotnik układu z hydrauliczną linią długą
Fig. 7. Complex hydraulic one-port component with hydraulic long line

Element $\mathbf{H}(j\omega)$ jest traktowany jako dwuwrotnik opisany transmitancjami (8 – 12). \mathbf{Z}_k impedancję obciążenia reprezentuje jednowrotny element układu, którym jest rozdzielacz proporcjonalny traktowany w modelowaniu, jako stały opór (rezystancja) dla danej wartości prądu zasilającego elektromagnes proporcjonalny, co odpowiada stałej wartości szczeliny dławiącej w zaworze. Korzystając ze schematu blokowego na rys. 5, transmitancję macierzową hydraulicznej linii długiej przedstawić można następująco:

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ q_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_2 \\ q_2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

Znając impedancję obciążenia, określoną jako:

$$Z_k = \frac{p_2}{q_2} \quad (22)$$

otrzymuje się następujące transmitancje układu z hydrauliczną linią długą:

$$G_{p_1, q_1} = \frac{p_1}{q_1} = \frac{h_{11} \cdot Z_k + h_{12}}{h_{21} \cdot Z_k + h_{22}} \quad (23)$$

$$G_{p2,q1} = \frac{p_2}{q_1} = \frac{Z_k}{h_{21} \cdot Z_k + h_{22}} \quad (24)$$

$$G_{p2,p1} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{Z_k}{h_{11} \cdot Z_k + h_{12}} \quad (25)$$

$$G_{q2,q1} = \frac{q_2}{q_1} = \frac{1}{h_{21} \cdot Z_k + h_{22}} \quad (26)$$

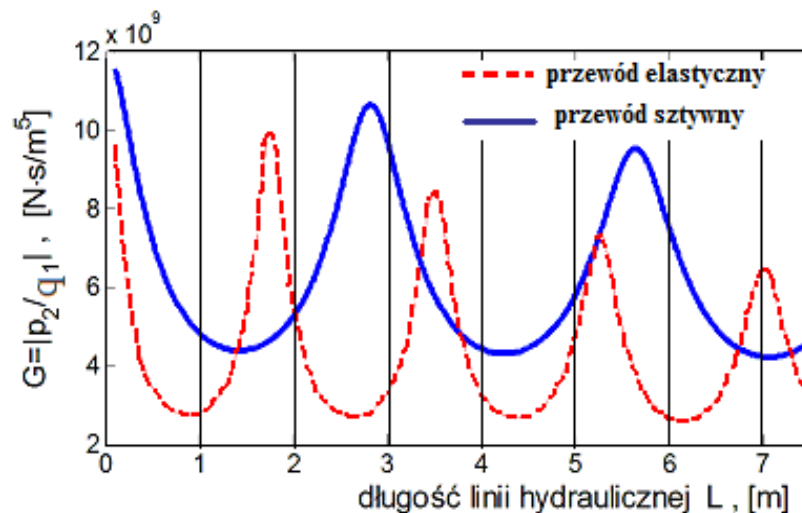
7. PRZYKŁAD OBLICZENIOWY

W celu zobrazowania występujących rezonansów w zależności od długości przewodu przeprowadzono symulacje numeryczne dla układu hydraulicznego, schematycznie przedstawionego na rys. 5.

Parametryzacja modelu:

$Q_o = 8,33 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ – wydajność pompy (średnia w czasie), $P_o = 50 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ – ciśnienie na końcu linii hydraulicznej (średnie w czasie), $R = 0,009 \text{ m}$, $\rho_o = 860 \text{ kg/m}^3$, $\nu = 50 \text{ cSt}$, $c_{o1} = 1288 \text{ m/s}$ (przewód sztywny) wg [13], $c_{o2} = 800 \text{ m/s}$ (przewód elastyczny) wg [13]. Przewód zakończony jest rozdzielaczem proporcjonalnym traktowanym jako zawór dławiący, więc przybliżona impedancja końcowa wyraża się zależnością zlinearyzowaną $Z_k = 2\Delta P_o / Q_o$, ΔP_o – średnia w czasie różnica ciśnień na zaworze, Q_o – średnie w czasie natężenie przepływu [19]. W rozpatrywanym przypadku $Z_k = 1,2 \cdot 10^{10} \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}^5}$.

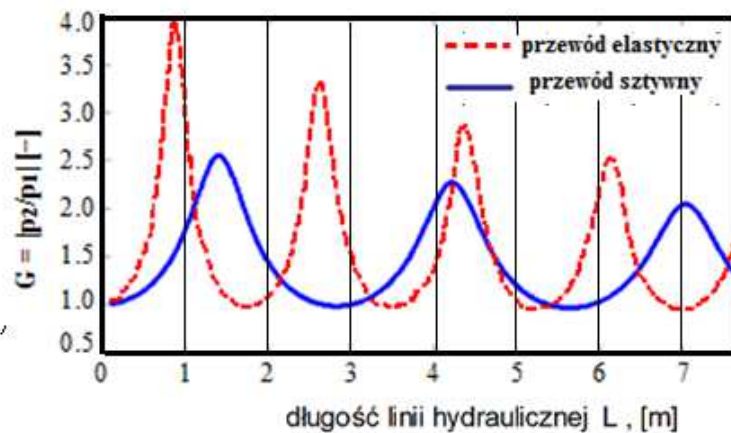
Przykładowe wyniki symulacji numerycznej według transmitancji (24) i (25) pokazano na rysunkach 8 i 9.



Rys. 8. Moduły transmitancji $G=p_2/q_1$ w funkcji długości przewodu L dla przewodu elastycznego i sztywnego.

Częstotliwość wymuszeń pierwszej harmonicznej $f_1=222\text{Hz}$

Fig. 8. Magnitude of transmittance $G=p_2/q_1$ in function of pipe length L for flexible and stiff pipe. Frequency of first harmonic of input function $f_1=222\text{Hz}$



Rys. 9. Moduły transmitancji $G=p_2/p_1$ w funkcji długości przewodu L dla częstotliwości wymuszeń $f_1 = 222\text{Hz}$
 Fig. 9. Magnitude of transmittance $G=p_2/p_1$ in function of pipe length L for frequency of input function $f_1=222\text{Hz}$

8. PODSUMOWANIE

Zjawisko pulsacji ciśnienia w układach hydraulicznych jest konsekwencją okresowo zmiennego natężenia przepływu czynnika roboczego, co wynika z cyklicznego charakteru pracy elementów wyporowych pomp. Wydajność chwilową pomp wyporowych można określić na podstawie zależności analitycznych, uwzględniających parametry geometryczne poszczególnych rozwiązań konstrukcyjnych pomp i ich prędkości obrotowe. Przebieg teoretycznej wydajności chwilowej pomp wyporowych, może być określony wzorem (4), wynikającym z zależności opisujących szereg Fouriera przy wykorzystaniu wyznaczonego współczynnika nierównomierności (5) pomp dla poszczególnych harmonicznych.

W artykule przedstawiono sposób obliczania charakterystyk częstotliwościowych w układach z hydrauliczną linią długą. Do obliczeń posłużono się metodą macierzową, w której użyto modelu quasi-ustalonych strat tarcia. Taki sposób opisu traktuje przewód jako tzw. czwórnik hydrauliczny. Układ hydrauliczny z zadaniem obciążeniem, wyrażonym w postaci impedancji końcowej, przedstawiany jest w postaci tzw. jednowrotnika, który posłużył do wyznaczania transmitancji operatorowych układu. Na bazie tych transmitancji (23)-(26) przy wymuszeniu harmonicznym można sporządzić wykres modułu transmitancji w funkcji długości przewodu zasilającego przy danej częstotliwości wymuszeń, utożsamianej z podstawową harmoniczną pulsacji wydajności pompy wyporowej. W wyniku symulacji numerycznej uzyskuje się długości przewodu, przy których następuje wzmocnienie amplitud pulsacji ciśnienia, utożsamiane z rezonansem hydraulicznym. Uwzględniając wymuszenie na wejściu przewodu z pulsującym natężeniem przepływu qI , zakładając model tarcia bezstratny ($\psi_z = 1$) z analizy równia (23) wynika, że maksymalna wartość transmitancji (23) i (24) występuje przy długości przewodu $L = \lambda/2$, gdzie $\lambda = \frac{2\pi \cdot c_0}{\omega}$ (długość fali ciśnienia w przewodzie) odpowiada to też maksymalnym wartościom amplitudy ciśnienia na początku i końcu przewodu. Uwzględniając quasi-ustalony model tarcia w transmitancjach (23) i (24) długości rezonansowe przewodów hydraulicznych są krótsze o kilka do kilkunastu procent w stosunku do długości

określonych z modelu bezstratnego. Im wyższa lepkość czynnika roboczego tym te różnice są większe.

LITERATURA

- [1] GERMAN D.G., REESE J.M., ZHANG Y.L., 2000, *Vibration of a flexible pipe conveying viscous pulsating fluid flow*, Journal of Sound and Vibration, 230/2.
- [2] GAWDA M., ZACHWIEJA J., 2004, *Charakter drgań rury z pulsacyjnym przepływem czynnika ściśliwego*, Hydraulika i Pneumatyka, 4.
- [3] ICKIEWICZ J., 2002, *Wybrane zagadnienia drgań przewodów w układach hydraulicznych zasilanych pompami wyporowymi*, Materiały XII konferencji CYLINDER 2002, Badanie, Konstrukcja, Wytwarzanie i Eksploatacja Układów Hydraulicznych, Szczyrk.
- [4] TUSSELING A.S., 1996, *Fluid-structure interaction In liquid-filled pipe systems*, A review, Journal of Fluids and Structures, 10, 109 – 146.
- [5] ZACHWIEJA J., 2005, *Drgania rurociągu spowodowane obecnością zaworu*, Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna Napędy i Sterowania Hydrauliczne i Pneumatyczne, Wrocław 17 – 19 maj, 175–183.
- [6] KUDŹMA Z., 2005, *Właściwości dynamiczne przewodów hydraulicznych*, Hydraulika i Pneumatyka, 6.
- [7] KUDŹMA Z., 1990, *Częstość drgań własnych zaworu maksymalnego i układu hydraulicznego*, Sterowanie i Napęd Hydrauliczny, 3, 27–30.
- [8] GRYBOŚ R., 2005, *Drgania konstrukcji wzbudzone przepływem*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice.
- [9] DREXLER P., i inni, 1992, *Vademecum hydrauliki*, Tom 3, Mannesmann Rexroth, Lohr.
- [10] STRYCZEK S., 1984, *Napęd hydrostatyczny*, WNT, Warszawa.
- [11] KUDŹMA Z., i inni, 2006, *Szerokopasmowy tłumik pulsacji ciśnienia jako filtr akustyczny układów hydrostatycznych*, Raport: SPR nr 17, Instytut Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn, Politechnika Wrocławska.
- [12] KUDŹMA Z., 2006, *Bierny tłumik pulsacji ciśnienia typu odgałęźnego*, Hydraulika i Pneumatyka, 4, 11–17.
- [13] KUDŹMA Z., 2012, *Tłumienie pulsacji ciśnienia i hałasu w układach hydraulicznych w stanach przejściowych i ustalonych*, Monografia, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław.
- [14] DINDORF R., 1995, *Wybrane zagadnienia modelowanie dynamiki układów hydraulicznych*, Monografia 189, Politechnika Krakowska, Kraków.
- [15] ADAMKOWSKI A., LEWANDOWSKI M., 2006, *Experimental examination of unsteady friction models for transient pipe flow simulation*, Journal of Fluids Engineering, ASME, 128/ 6, 1351–1363.
- [16] CARPINLIOGLU M. O., GUNDOGDU M. Y., 2001, *A critical review on pulsatile pipe flow studies directing towards future research topics*, Flow Measurement and Instrumentation, 12, 163–174.
- [17] TOMASIAK E., 2001, *Napędy i sterowania hydrauliczne i pneumatyczne*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice.
- [18] ZARZYCKI Z., i inni, 2007, *Simulation of transient flows in a hydraulic system with a long liquid line*, Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 45/4, 853–871.
- [19] CHAUDHRY M.H., 1987, *Applied Hydraulic Transients*, Second Edition, Van Nostrand Reinhold Company Inc., New York.

PUMPS CAPACITY FLUCTUATIONS IN SYSTEMS WITH HYDRAULIC LONG LINE

In the paper a method of calculation of frequency characteristics of systems with hydraulic long line was presented. For calculations a matrix method with quasi-stationary friction losses model was used. Presented method is based on a hydraulic four-terminal network. Hydraulic system with load is presented by hydraulic one-port component which was useful to determine system operational transmittance. On the basis of these transmittances it's possible to create a diagram of magnitude of system transmittance in function of supplying pipe length for selected frequency of input function (identified with basic harmonic pulsation capacity of positive displacement pump). On the basis of simulations some pipe's length are determined corresponding to pressure pulsation amplification (identified with hydraulic resonance).

Keywords: *capacity pulsation, hydraulic long line, pressure pulsation*